

EL MODELO DE VAN HIELE: UNA EXPERIENCIA EN EL TEMA CUADRILÁTEROS DEL 7mo GRADO RESUMEN

No hay dudas de que a lo largo de las enseñanzas primaria y secundaria, son muy pocos los estudiantes que logran alcanzar un alto nivel de razonamiento y, la mayoría, considera el mundo matemático como algo inalcanzable. Entre los pasos que se han dado para ayudar al profesorado a comprender estas situaciones figura la aportación de Pierre y Dina Van Hiele, que se conoce, en el ámbito mundial, con el nombre de Modelo de Van Hiele. En el mismo se describe cómo evoluciona en Geometría la forma de razonar de los estudiantes y da al profesor pautas para la organización de sus clases para conseguir un progreso efectivo de sus alumnos.

Con el objetivo de perfeccionar la impartición del tema Cuadriláteros, que es objeto de estudio en el 7mo grado, se construyó y fundamentó teóricamente un modelo didáctico dirigido al desarrollo de este tema. Para la formulación de nuestra propuesta se estudiaron las características del Modelo de Van Hiele y su posible aplicación al mismo. El modelo se fundamenta desde el punto de vista psicopedagógico en las teorías cognitivistas del aprendizaje y responde a las necesidades actuales de la formación y desarrollo de futuros ciudadanos del siglo XXI.

En el trabajo se recogen las experiencias y los resultados de la aplicación de este modelo en la EIDE "Pedro Díaz Coello" de la ciudad de Holguín.

ABSTRACT

There is no doubt that in the Primary and Secondary levels of teaching, there are few students able to reach a high level of reasoning. Most of these students think of the mathematic world as something unalterable. One of the steps given to help teachers understand these situations is the contribution developed by Pierre and Dina Van Hiele which is known as the Van Hiele Model. In such model, there is a description about how Geometry develops, the way of reasoning of the students and the ways in which teachers can organize their lessons to obtain a more effective development on the students.

With the objective of improving the teaching of the topic related to Quadrilateral, which is the object of the study in 7th grade, a didactic model was theoretically elaborated and supported.

For such proposal, the characteristics of the Van Hiele Model, as well as its possible application were studied. The model is psycho-pedagogically supported on the cognitive theories of learning and appears as an alternative for the present needs of the formation and development of the future citizens of the XXI century.

In this paper, the experiences and results derived from the application of this model in the school EIDE "Pedro Díaz Coello" in Holguin city are presented.

INTRODUCCIÓN

La Geometría en la escuela cubana constituye un lineamiento esencial para la organización del currículum matemático y, como línea directriz, aparece desde la enseñanza preescolar hasta el duodécimo grado, período en el que se completa su estudio en la Enseñanza General Politécnica y Laboral; es decir, esta enseñanza pasa por varias etapas desde la intuitiva hasta la racional. Este criterio de organización está bastante generalizado en el mundo y responde a las características psicológicas por las que transita el niño hasta su adolescencia (Estrada, 1997).

En entrevistas realizada a metodólogos y profesores que imparten los contenidos de Geometría en la escuela y, en particular en el 6to y 7mo grados, se ha corroborado que existen dificultades en la enseñanza de la misma, de aquí que estas nos motiven y comprometan a trabajar para encontrar soluciones a algunas de ellas.

Como resultado de la aplicación por dos años consecutivos de una prueba de diagnóstico, sobre la determinación de los niveles de razonamiento de Van Hiele, a estudiantes del 7mo grado de la EIDE Pedro Díaz Coello y, teniendo en cuenta la opinión de profesores y metodólogos entrevistados, se detectó un bajo nivel de razonamiento y problemas en el aprendizaje de los contenidos sobre cuadriláteros, que el estudiante recibe en la Enseñanza Primaria y, que complementa en este grado, por lo que se propuso **elaborar un modelo didáctico para desarrollar el tema Cuadriláteros en el 7mo grado, que se corresponda con los niveles de razonamiento que posee el alumno.**

El trabajo se centra en las teorías cognitivas del aprendizaje y, dentro de estas, la enseñanza por descubrimiento con el objetivo de lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes.

Teniendo en cuenta que en el ámbito mundial la enseñanza de la Geometría en el nivel secundario se realiza sobre la base de una geometría de medidas, de semejanza, en fin, de una geometría práctica, se debe pensar en desarrollar nuestras clases siguiendo esta tendencia. Además, si se hace un análisis de los diferentes currículos de varios países se puede percibir que los mismos siguen los presupuestos contenidos en el modelo de Van Hiele, de ahí la importancia del mismo para el propósito propuesto.

PROPUESTA AL TEMA CUADRILÁTEROS DEL 7MO GRADO

Para la elaboración de la propuesta se han tomado las dos partes que propone Van Hiele (citado por Gutiérrez y Jaime, 1990) adaptándolas al tema Cuadriláteros del 7mo grado y está formado por dos partes: la primera de ellas es descriptiva, y la hemos llamado los "**niveles de razonamientos**", y la segunda se le nombra "**fases de aprendizaje**".

Niveles de razonamiento

En este apartado se presentan los niveles de razonamiento, para la elaboración de estos se tuvieron en cuenta los propuestos por Van Hiele y los resultados del diagnóstico aplicado por dos años consecutivos.

Resultados del diagnóstico

Para la recogida de datos, referidos a los niveles de razonamiento propuestos por Van Hiele que tienen los estudiantes, se utilizó la entrevista y el cuestionario escrito. La combinación de estos dos métodos posibilitó la obtención de suficiente información para hacer las valoraciones.

Para la elaboración del cuestionario escrito se tuvo en cuenta los criterios de Gutiérrez y Jaime (1990, 1994, 1995), los cuales ya han validado los mismos durante varios años. La tabla (Anexo I) totaliza los procedimientos lógicos claves para evaluar en cada pregunta y los posibles niveles de razonamiento para las respuestas de los estudiantes. La validez y confiabilidad del cuestionario escrito elaborado se apoya en que:

- i. En cada procedimiento es considerado, al menos, en una pregunta y,
- ii. Para cada nivel de razonamiento hay varias preguntas que deben ser respondidas por los estudiantes de ese nivel,

Se incluyó la mayor cantidad de preguntas en los niveles 2 y 3, pues se considera que el nivel 1 los estudiantes lo logran en la Enseñanza Primaria y el nivel 4 lo pudieran lograr alumnos excepcionales, aquí se refiere a los niveles propuestos en el modelo de Van Hiele, aspecto que se corroboró al aplicar los métodos de recogida de datos.

Tras el análisis de los resultados del diagnóstico, y habiéndose constatado que la mayoría de los estudiantes poseían un alto grado de adquisición del **nivel 1** propuesto por Van Hiele y un muy bajo grado de adquisición del **nivel 2** de Van Hiele, y teniendo en cuenta el poco dominio del conocimiento geométrico de los alumnos, se determinó reelaborar los niveles de razonamiento propuestos en este modelo y adaptarlos al tema objeto de estudio, es decir, se propusieron dos niveles.

Nivel 1

Los estudiantes centrarán el aprendizaje en los conceptos a estudiar: polígono, y los diferentes cuadriláteros. Detectarán que estas figuras geométricas están formadas por partes y elementos y están dotadas de propiedades matemáticas, descubrirán o redescubrirán las partes de los cuadriláteros objeto de estudio y sus propiedades de manera informal.

Nivel 2

Los alumnos comienzan a hacer deducciones experimentales de relaciones o propiedades, centran su estudio en los elementos o características comunes y no comunes de los diferentes cuadriláteros de una clase o de manera general, darán las definiciones de los diferentes cuadriláteros objeto de estudio y harán una clasificación lógica de los mismos.

Por tanto, el objetivo que se propuso fue de que los alumnos completaran el nivel 1 y transitaran al nivel 2.

En el trabajo se consideraron dos tipos de **OBJETIVOS**: los relacionados con las habilidades de razonamiento y los relacionados con el aprendizaje de los conocimientos geométricos (Coberant et al., 1994).

Habilidades de razonamiento. Es necesario desglosar estos objetivos en función de los niveles de razonamiento.

- Objetivos relacionados con la adquisición del nivel 1.
 1. Analizar los elementos componentes de los cuadriláteros objeto de estudio.
 2. Agrupar cuadriláteros atendiendo a sus características.
 3. Asociar propiedades a tipos de cuadriláteros.
 4. Construir cuadriláteros a partir de una propiedad dada.
- Objetivos relacionados con la adquisición del nivel 2.
 1. Establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros.
 2. Establecer relaciones entre los conceptos.
 3. Realizar clasificaciones (inclusivas-exclusivas).
 4. Formalizar definiciones.

Aprendizaje de conocimientos geométricos. En este caso se trata de objetivos que tienen que ver con el aprendizaje escolar de conceptos, propiedades, etc.

Los objetivos que se plantearon fueron:

- Identificar los diferentes cuadriláteros así como sus elementos fundamentales.
- Definir los cuadriláteros objeto de estudio.
- Clasificar los cuadriláteros estudiados atendiendo al paralelismo de sus lados.
- Resolver ejercicios donde se apliquen los conceptos de cuadriláteros estudiados, así como sus propiedades.
- Usar correctamente el vocabulario de la Geometría básica.
- Utilizar correctamente diferentes instrumentos de medida de longitudes y ángulos.

Fases de aprendizaje

Se considera que las fases de aprendizaje propuestas en el Modelo de Van Hiele están acordes con los propósitos del trabajo, de aquí que se aceptan las cinco propuestas en este modelo.

RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO PROPUESTO

El modelo de Van Hiele puede ser aplicado con diferentes planteamientos metodológicos, en este trabajo se optó por el uso de metodologías activas, sobre todo en el nivel escolar en el que se enmarca la investigación, es decir, la impartición de las clases fue sobre la base de la teoría propuesta en el modelo

y con técnicas de dinámica de grupo. También, dentro de la metodología utilizada se dividió el grupo en tres equipos con el objetivo de ganar en tiempo, pues como se puede apreciar la cantidad de horas clases para el tema son pocas, siendo esta una de las causas por la que se propuso trabajar con los dos primeros niveles.

Comentario sobre el desarrollo de la unidad didáctica

En los resultados del diagnóstico, inicialmente en tareas de reconocimiento, los alumnos mostraron una gran confusión a la hora de determinar aquellos que eran polígonos y los que no lo eran por lo que se decidió incluir en la actividad inicial el trabajo con este concepto. Por otra parte, sus respuestas se basaron en referencias visuales que poseían de la Enseñanza Primaria. En cuanto al vocabulario se puede decir que era poco preciso, poco fluido y poco espontáneo, quizás esto estuvo dado por el poco dominio del conocimiento de la terminología propia de la Geometría y de los conceptos geométricos.

Para el desarrollo de la experiencia, además de proporcionarle a los estudiantes las hojas de papel cuadriculado, dispusieron habitualmente de reglas, semicírculos graduados y cartabones, de manera que las construcciones y las medidas pudieran realizarse de la forma más precisa posible.

Se pudo apreciar la motivación que sintieron los estudiantes por cada una de las actividades desarrolladas en el tema, es decir, la metodología propuesta siguiendo este modelo resultó novedosa al estudiante y su participación fue muy activa en comparación con actividades anteriores. La utilización de técnicas de dinámica de grupo, el trabajo en equipos, el uso de instrumentos de medida, así como el papel cuadriculado facilitó esta participación activa.

Por ejemplo, la primera actividad desarrollada donde el objetivo era que los alumnos determinaran las diferentes propiedades de los polígonos objeto de estudio se hicieron planteamientos tales como:

- En el análisis del paralelismo de los lados un alumno plantea que si al tomar dos puntos sobre uno de los lados y haciendo que coincidan con las intersecciones de las líneas perpendiculares al lado, estos están a la misma distancia del lado opuesto, entonces son paralelos. Y en los casos que no pudiéramos apoyarnos en los cuadraditos de la hoja, con el cartabón tomamos las distancias y si son iguales los lados son paralelos.
- Con ayuda del semicírculo graduado los alumnos midieron los ángulos interiores de las figuras, y en el caso que se cumplía el paralelismo de los lados, una alumna afirmó que se puede hallar la amplitud de uno de los ángulos interiores por ser conjugado al que ella midió. Otro alumno, recomienda al grupo que como él había medido dos ángulos que se formaban con las intersecciones de las líneas de la hoja cuadriculada y tenían una amplitud de 90° , todos los ángulos de las figuras que tenía en su hoja y estuvieran en esa posición eran rectos.

- Para analizar si las diagonales se cortan en su punto medio se propuso medir con la regla, o a través del papel cuadriculado, la distancia del punto de intersección de las diagonales hasta los vértices y, si son iguales, entonces dicho punto es el punto medio buscado.

Es bueno destacar que el trabajo con las tareas propuestas en el nivel 1 conllevó a que los alumnos agruparan los cuadriláteros según sus propiedades generales tales como: cantidad de lados, paralelismo de lados, ángulos rectos, ángulos no rectos, congruencia de lados y diagonales.

Una vez que se consideró cumplido el trabajo en el nivel 1 de razonamiento, con las limitaciones acorde con este nivel, se plantearon extensiones de ciertas tareas al nivel 2. Estas extensiones, surgieron más como consecuencia de la tarea que se llevaba a cabo en el nivel 1 que como un trabajo sistemático que recorriera todas las actividades de las fases que inicialmente se habían programado (pues, por problemas de tiempo, no fue posible el análisis en el aula de todos los ejercicios propuestos). Así, luego de que los alumnos lograron el listado de las propiedades de los diferentes polígonos objeto de estudio, se pasó a analizar la relevancia o no de algunas de ellas, y el camino “natural” fue buscar la definición de las figuras cuyo análisis se acababa de realizar en el nivel 1 (sólo dos clases intermedias).

Para llegar a las definiciones los estudiantes tuvieron que acortar sus listados de propiedades; pero manteniendo la figura perfectamente determinada. Aquí se observaron diferencias de actuaciones de los alumnos que no estaban asentados en un mismo nivel de razonamiento, pues existieron estudiantes que no entendían el porqué había que disminuir la lista y alegaban que si se disminuía la lista ya no era la misma figura, por otra parte sí hubo estudiantes que entendieron el porqué de la disminución. No obstante al trabajo realizado se presentaron deficiencias al definir los diferentes cuadriláteros, dichas dificultades se resumen en:

1. Al seleccionar propiedades mínimas de un cuadrilátero, algunos alumnos eligieron un número insuficiente de propiedades. Por ejemplo, un alumno definió cuadrado como: “cuadrilátero con cuatro lados iguales”.
2. No eliminar en la selección propiedades redundantes, lo que proporcionaba una lista con un número excesivo de éstas. Por ejemplo, otro alumno definió cuadrado como: “cuadrilátero con cuatro lados y cuatro ángulos iguales, y diagonales que se cortan en su punto medio”.

Luego de escuchar las opiniones de los alumnos y oír sus definiciones, se resumieron en pizarra las condiciones necesarias y suficientes de cada una de ellas. Estas deficiencias se fueron eliminando al comenzar el trabajo con los ejercicios preparatorios para las actividades de clasificación.

Cuando se trataron las tareas de clasificación, se abordaron actividades de relacionar las propiedades comunes entre parejas de cuadriláteros, con el objetivo de que el alumno se percatara y entendiera que, por ejemplo, un cuadrado es un rectángulo porque posee las propiedades que definen a esta

figura y por el contrario, un rectángulo no es un cuadrado porque no las posee. Siguiendo esta línea se concluyó la clasificación inclusiva de los cuadriláteros mediante un diagrama.

Por último, a lo largo de todas las tareas realizadas en esta experiencia, los alumnos tuvieron que dar justificaciones de la mayoría de las respuestas que daban. La calidad de las mismas, así como su mayor o menor grado de precisión, fue mejorando con el progreso del nivel 1 al nivel 2

Resultado alcanzados

Dentro de la metodología propuesta para la aplicación de la experiencia, planificamos un trabajo de control al finalizar la unidad temática objeto de investigación.

Los resultados del grupo, luego del control realizado, fueron buenos lo cual recogemos en la siguiente tabla de distribución de frecuencia:

Clases Frecuencia Absoluta (F) Frecuencia Relativa (fr) F Acumulada fr Acumulada

| Calases | Frecuencia Absoluta (F) | Frecuencia Relativa (fr) | F Acumulada | fr Acumulada |
|---------|-------------------------|--------------------------|-------------|--------------|
| 56-65 | 2 | 6.45 | 2 | 6.45 |
| 65-74 | 7 | 22.58 | 9 | 29.03 |
| 74-83 | 3 | 9.68 | 12 | 38.71 |
| 83-92 | 7 | 22.58 | 19 | 61.29 |
| 92-101 | 12 | 31.71 | 31 | 100.00 |
| Total | 31 | | | |

Como se puede observar el 61.29 % de las evaluaciones fueron de calidad, sólo el 32.26 % fueron evaluadas de regular, y sólo el 6.45 % fueron evaluadas de mal, es decir, dos estudiantes están desaprobados.

Esta prueba de control se le aplicó a un segundo grupo de la EIDE en el cual no se utilizó la metodología propuesta, con el objetivo de comparar los resultados. Luego de tabulados los resultados de ambos grupos se aplicó la Dócima referente a las medias de dos poblaciones con distribución normal y varianzas desconocidas pero iguales, para ello tuvimos primero que aplicar la Dócima referente a las varianzas de dos poblaciones con distribuciones normales, la cual dio como resultado que ambas poblaciones podían tener las varianzas iguales. Para aplicar la primera dócima tomamos como hipótesis las siguientes:

Hipótesis Ho: Con la metodología aplicada los resultados no son superiores con respecto a los demás grupos de la escuela.

Hipótesis H1: Con la metodología aplicada los resultados son superiores con respecto a los demás grupos de la escuela.

El nivel de significación que se asumió fue $\alpha = 0.01$ y se tomó como muestra el 50 % de cada grupo. Los resultados de la prueba fueron:

| | Grupo Experimental | Grupo de Control |
|-----------------------------|---------------------------|-------------------------|
| Media | 86.4375 | 69.9375 |
| Desviación Estándar | 13.0740 | 12.5988 |
| Tamaño de la Muestra | 16 | 16 |

El estadígrafo tomó el valor de $T = 3.6351$ y la probabilidad fue de $P = 0.0005148$, como el valor de la probabilidad es menor que el nivel de significación se rechaza la hipótesis nula H_0 , por lo que podemos concluir que se obtienen resultados altamente significativos al aplicar el modelo y la metodología propuesta.

Para demostrar estadísticamente el avance de los estudiantes en el nivel de razonamiento se aplicó la Prueba de McNemar o Prueba de la Significación de los Cambios.

| Diagnóstico inicial | Resultados finales | |
|----------------------------|---------------------------|----------------|
| | Nivel 1 | Nivel 2 |
| Nivel 2 | 0 | X |
| Nivel 1 | X | 28 |

Como se puede observar interesan los estudiantes que cambiaron su rendimiento, se tomó como nivel de significación $\alpha = 0.01$, luego se calculó el estadígrafo χ^2 cuyo resultado fue de 26.03, y se determinó la probabilidad en la distribución χ^2 , obteniendo para $1-P$ (P es la probabilidad) un resultado de 0.00000033516, que al compararlo con el nivel de significación vemos que es mucho menor, lo que demuestra que se ha obtenido un resultado altamente significativo.

Por lo que se puede resumir que, con el modelo propuesto y la metodología aplicada se cumplieron los objetivos propuestos para los niveles 1 y 2, y se obtuvieron altos resultados en el desarrollo del tema Cuadriláteros del 7mo grado.

Luego de culminado el estudio del tema, el grupo quedó clasificado de la siguiente manera: el 93 % de los estudiantes alcanzaron el nivel 2 de razonamiento propuesto por nosotros, y sólo el 7 % de los alumnos no alcanzaron este nivel. Para esta clasificación tuvimos en cuenta la participación de cada estudiante, en el desarrollo del tema, y los resultados de la prueba de

control, la cual nos sirvió para constatar la clasificación que teníamos hecha del grupo y que se correspondió, en gran medida, con los resultados alcanzados.

Se debe destacar que en el grupo existen estudiantes que a pesar de haberlos clasificados en el nivel dos, alcanzaron un rendimiento superior a los demás alumnos, es decir, estos estudiantes se encuentran en los límites del nivel 2 y nivel 3.

CONCLUSIONES.

Del trabajo realizado resulta necesario extraer algunas ideas importantes que, a modo de conclusión, se resumen:

- El modelo propuesto está dirigido hacia el desarrollo del tema Cuadriláteros del 7mo grado, aunque resulta necesario enfatizar en que no existe un modelo ideal que resuelva todos los problemas del aprendizaje, de aquí que hayamos tratado de no dar "recetas", sólo se proponen tipos de actividades que pueden y deben ser enriquecidas, de acuerdo con la experiencia de cada profesor y colectivo que lo utilice.
- Se considera que el modelo es viable en el actual diseño curricular de la Secundaria Básica, y en particular, en el 7mo grado.
- Es necesario concebir el proceso de enseñanza-aprendizaje de forma tal que el estudiante constituya el centro del proceso. En el modelo se trazan las pautas para ello, siempre partiendo de una concepción del aprendizaje basada en la solución de situaciones problémicas.
- Los resultados alcanzados son altos al aplicar la metodología y el modelo propuesto, aspecto que se demostró con las Pruebas de Hipótesis para las medias de dos poblaciones con distribuciones normales y varianzas desconocidas pero iguales y la Prueba de McNemar.
- Transitaron 28 estudiantes al nivel 2, de los cuales existen cuatro alumnos con avances significativos con respecto al resto del grupo, es decir, los mismos se encuentran en los límites de los niveles 2 y 3.
- Para lograr los resultados esperados al aplicar el modelo se deben introducir en nuestras clases los métodos activos de enseñanza, o sea, debemos ver al estudiante como un "investigador" y no como un simple receptor pasivo de la información de la clase magistral por parte del profesor, ya que el aprendizaje pasivo-reproductivo no estimula el desarrollo del sujeto, sino que conduce a la fijación memorística de una información que tiende a la extinción y que el sujeto no puede personalizar, o lo que es lo mismo, no puede utilizar de forma creativa ante situaciones nuevas o generadas por él.

BIBLIOGRAFÍA.

- BURGER, W. F.; SHAUGHNESSY, J. M. (1986): Characterizing the Van Hiele Levels of Research in Mathematics, pp. 31-48. Education, Vol. 17, USA.
- CORBERAN, R. et al. (1994): Diseño y Evaluación de una Propuesta Curricular de Aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Secundaria

Basada en el Modelo de Razonamiento de Van Hiele. Colección: Investigación No 95, Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia: CIDE, Madrid.

- CROWLEY, M.L. (1987): The Van Hiele Model of the Development of Geometric Thought, pp. 1-16. En N.C.T.M. Learning and teaching geometry, k-12 (1987 Yearbook). Reston, EE.UU: National Council of Teachers of Mathematics.
- ESTRADA, M. (1997): Modelo Didáctico Dirigido al Desarrollo del Procedimiento Lógico de Demostración. (Tesis de Maestría), Dpto. de Matemática-Computación, Facultad de Ciencias, I. S. P., "José de la Luz y Caballero", Holguín.
- GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A. (1990): Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El Modelo de Van Hiele, pp. 295-384. En Llinares, S. Sánchez, M.V., Teoría y Práctica en Educación Matemática (colección "Ciencias de la Educación" no 4). Ediciones ALFAR, Sevilla.
- _____ (1994): A Model of test design to assess the Van Hiele Levels, pp. 41-48. Proceeding of the 18th International Conference of the P.M.E., vol 3.
- _____ (1995): Towards the desing of a standard test for assessment of the student's reasoning in Geometry, pp. 3-18. Proceeding of the 19th International Conference of the P.M.E., vol 3.
- JAIME, A. (1994): La Enseñanza de las isometrías del plano desde la perspectiva del Modelo de Van Hiele, pp. 85-94. UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas, No 1, Julio, Valencia.
- _____ (1995): ¿Por qué los estudiantes no comprenden la Geometría?. En Gutiérrez, A., Jaime, A., Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V., México.
- MUÑOZ, F. et al. (1989): Matemática 7mo grado. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana.
- _____ : Orientaciones Metodológicas. Matemática 7mo grado. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana.
- SANTALÒ, L. A. (1996): La Enseñanza de la Geometría en el Ciclo Secundario de 12 a 16 años de edad. Centros de Apoyo a la Educación Matemática, Caen.
- USISKIN, Z. (1982): Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry (ERIC: Columbus, USA).

ANEXO I. Tabla de los procedimientos lógicos claves

Preguntas Niveles Identificar Usar definición Clasificar Demostrar

| Preguntas | Niveles | | | | Identificar | Usar definición | Clasificar | Demostrar |
|-----------|---------|---|---|---|-------------|-----------------|------------|-----------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | |
| 1 | . | . | | | . | | | |
| 2 | . | . | . | | | . | . | |

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|--|---|
| 3 | . | . | | | . | . | | |
| 4.1 | | . | . | . | | | | . |
| 4.2 | | . | . | | | | | . |
| 4.3 | | . | . | | | | | . |

body