

La sistematización de los conceptos y definiciones de los pares de ángulos.

Autora:

Lic. Yamina Díaz Castaigne

[yamina@hlq.rimed.cu](mailto:yamina@hlq.rimed.cu)

## Resumen

La enseñanza de la Matemática juega un papel importante en la formación de las niñas y los niños; los conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas, resultan imprescindibles en la solución de problemas que a diario se presentan. Dentro de los contenidos matemáticos, los geométricos son muy útiles por el propio objeto en el que se desempeñan, debido a lo cual son herramientas de gran valor en el logro del fin de la Educación Primaria y Secundaria. En el presente artículo se propone cómo abordar la sistematización de determinados contenidos geométricos, en la clase de Matemática.

Palabras claves: Educación matemática, geometría, ángulos, fijación, sistematización.

## Abstract

The teaching of Mathematics plays an important role in the formation of girls and boys. In our daily life, we face many difficulties which are necessary to solve by means of mastering some abilities, capacities and knowledges in the field of Mathematics. The Geometric content are most useful within the mathematical world are to the sole object they perform, that why they are regarded as essential tools for achieving the final goal in primary and secondary education. In this article we propose the way to achieve the sistematization of some geometrical contents in the mathematic lessons.

Key words: Education mathematic, geometry, angles, fixation, sistematization.

En la asignatura de Matemática las fases del proceso de la enseñanza dedicadas a la fijación de los conocimientos, capacidades y habilidades tiene gran importancia; esto no radica sólo en el carácter de la materia, sino que está en relación también con la estructura de toda la formación matemática que se brinda en la escuela. Cada complejo de contenido se apoya en contenidos de complejos anteriores, lo cual condiciona que la materia tiene que estar disponible siempre en el alumno.

Todos los componentes del objetivo de la enseñanza de la Matemática están sujetos a la fijación; por lo que hay que precisar el saber sobre conceptos, definiciones, teoremas y procedimientos, de la misma forma que las capacidades para definir, demostrar, calcular y construir figuras geométricas. También hay que fijar hábitos, conductas y convicciones. Todo esto no puede realizarse mediante medidas aisladas, sino que se deben fijar mediante la dirección del proceso diario de la enseñanza.

Una forma especial de fijación es la sistematización, cuyo objetivo fundamental es estructurar un sistema de conocimientos por razón de la comparación de las características que destacan lo esencial del saber y el poder matemático adquiridos por los alumnos. Su realización está estrechamente vinculada al análisis de propiedades comunes y diferentes, y al establecimiento de nexos y relaciones entre los conocimientos para organizarlos en un sistema.

Los conocimientos matemáticos, en general, se refieren a los conceptos y definiciones, proposiciones (teoremas, corolarios, fórmulas) y procedimientos (algorítmicos y heurísticos). Por lo que puede referirse de forma especial a la sistematización de conceptos y definiciones, la sistematización de proposiciones, y a la sistematización de procedimientos. También se puede describir, como ocurre frecuentemente, a la sistematización de los conocimientos matemáticos, como una integración lógicamente estructurada de estos tres componentes del saber matemático.

Sistematizar los conocimientos matemáticos debe constituir una tarea frecuente de los maestros, pues cada vez que se trata un nuevo contenido, deben estar presentes algunos elementos de la sistematización, referidos al establecimiento de las relaciones lógicas con los contenidos anteriores y la conformación de una estructura del nuevo saber, en el saber ya adquirido.

Una condición indispensable para que pueda tener lugar la sistematización es la tenencia, por parte de los alumnos, de los conocimientos matemáticos que deben ser sistematizados; con este fin desempeña un papel importante el aseguramiento del nivel de partida requerido. Una vez que se ha comprobado la existencia de un nivel de partida adecuado para la sistematización, la actividad del maestro debe dirigirse a que los alumnos comparen y destaquen las características comunes y no comunes, reconociendo lo esencial, estableciendo relaciones entre el saber adquirido, y encontrar un lugar para ese saber adquirido dentro de la estructura del saber matemático.

Para distinguir con mayor nitidez las relaciones entre los contenidos, es usual que se empleen diferentes medios de enseñanza o recursos didácticos, en función de la visualización y mejor comprensión de los contenidos a tratar, además de una activa participación de los alumnos en la estructuración del sistema de conocimientos.

La propuesta metodológica: *La sistematización de los conceptos y definiciones de los pares de ángulos*, tiene como objetivo brindar a los maestros de los niveles de enseñanza primaria y secundaria básica, cómo se debe proceder para sistematizar este contenido geométrico, un tanto problemático para impartirlo, así como para ser asimilado por los alumnos, por lo que se contribuye de esta manera al perfeccionamiento metodológico de la clase de Matemática. Se constató que en el transcurso de la misma, este proceder metodológico está ausente, lo que provoca la no asimilación consciente de los conceptos y definiciones de los pares de ángulos.

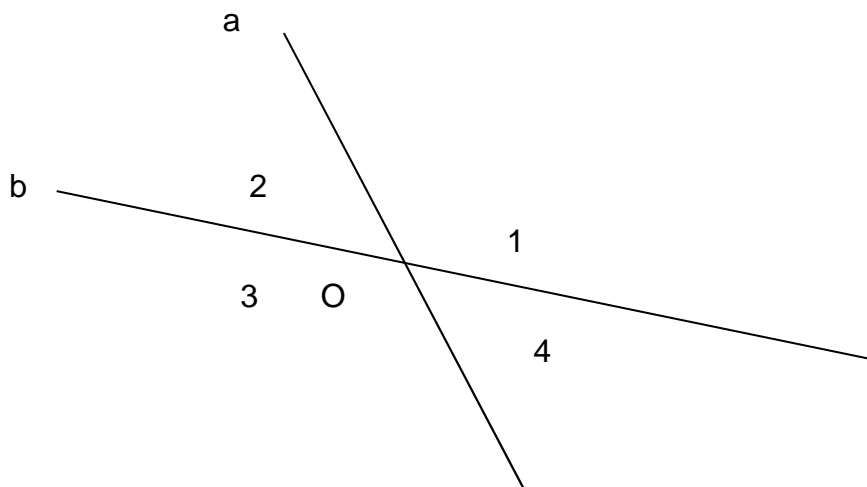
- ¿Cómo proceder para sistematizar los conceptos y definiciones de los pares de ángulos que se forman al cortarse dos rectas?

Se parte del análisis de las posiciones relativas entre dos rectas.

- Las dos rectas a y b son paralelas.
- Las dos rectas b y c son paralelas coincidentes.
- En estos dos casos no se forman ángulos.

En todo momento los alumnos están utilizando el concepto de ángulo que poseen para decidir en qué posición de las rectas se forman ángulos o no.

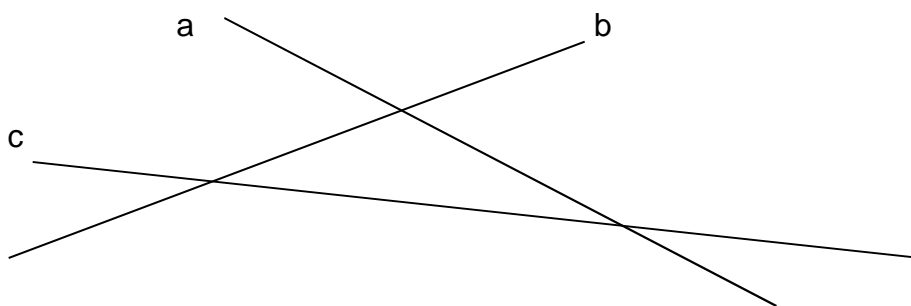
- Las dos rectas se cortan en un punto.
  - Las rectas a y b se cortan en el punto O. Aquí sí se forman ángulos y, según la posición que ocupen unos con respecto a los otros, así les será dado un nombre característico.



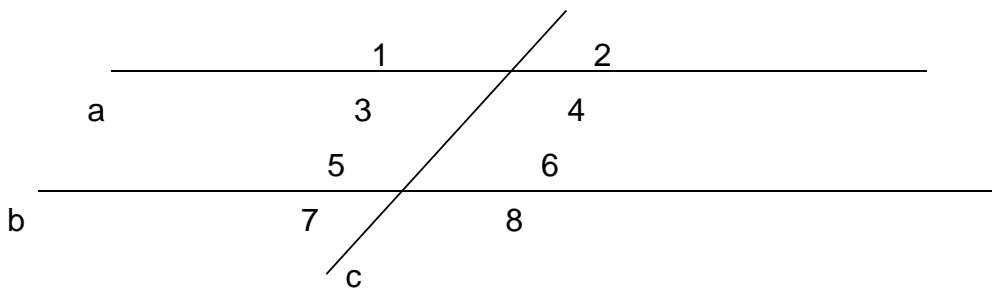
- El  $\angle 1$  y el  $\angle 3$  están en posición de ángulos opuestos por el vértice.
- ¿Qué características tienen los ángulos en posición de opuestos por el vértice?  
Deben ser los alumnos los que expliquen la definición de los pares de ángulos en posición de opuestos por el vértice y, si es necesario, ayudados con preguntas hechas por el maestro.
- ¿Cómo son sus amplitudes?
  - Los alumnos deben fundamentar con el teorema referido a estos pares de ángulos, y precisar la premisa y la tesis.
  - Señala otros pares de ángulos que estén en posición de opuestos por el vértice.  
Para trabajar los pares de ángulos en posición de ángulos adyacentes, se procede de forma análoga a la anterior.  
El maestro comprueba en este momento si están formados en los alumnos los conceptos de ángulos opuestos por el vértice y el de ángulos adyacentes. Se debe trabajar también los ángulos adyacentes como un par de ángulos consecutivos a un lado de una recta; o sea, otra forma de expresar la definición de ángulos adyacentes. Destacar diferencias y similitudes entre las definiciones de los ángulos opuestos por el vértice y la de los adyacentes, como por ejemplo: los pares de ángulos en posición de opuestos por el vértice tienen el vértice común, al igual que los pares de ángulos en posición de adyacentes. Los pares de ángulos en posición de adyacentes tienen un lado común y los pares de ángulos en posición de opuestos por el vértice no, pues los lados de uno de esos ángulos forman rectas con los lados del otro ángulo.  
Con respecto a las propiedades referidas a sus amplitudes, se requiere precisar premisa y tesis, si es necesario a través de preguntas para que la participación de los alumnos sea productiva.
- ¿Cómo proceder para sistematizar los conceptos y definiciones de los pares de ángulos que se forman al cortarse tres rectas?
  - Se parte del análisis de las posiciones relativas entre tres rectas.
  - Las tres rectas a, b y c son paralelas.

- Las tres rectas c, d y e son paralelas coincidentes. En estos dos casos no se forman ángulos.
- Las tres rectas se cortan en un punto.
  - Las rectas a, b y c se cortan en el punto O
  - ¿Los  $\angle 1$  y  $\angle 3$  están en posición de opuestos por el vértice? Fundamenta tu respuesta.
  - ¿Están en posición de adyacentes los  $\angle 1$  y  $\angle 2$ ? Fundamenta tu respuesta.

En este momento se trabajará con la definición de estos dos pares de ángulos, pues el  $\angle 1$  y el  $\angle 3$  no están en posición de ángulos opuestos por el vértice, ni el  $\angle 1$  ni el  $\angle 2$  están en posición de ángulos adyacentes. Se debe retomar la definición de ángulos consecutivos a un lado de una recta y se desataca la diferencia entre esta definición y la de ángulos adyacentes, además de tratar la definición de ángulos consecutivos alrededor de un punto.
- Las tres rectas se cortan dos a dos.
  - Las rectas a, b y c se cortan dos a dos.



- ¿Qué tipos de ángulos identificas en esta figura?
- Los alumnos deben identificar los pares de ángulos en posición de opuestos por el vértice, los pares de ángulos en posición de adyacentes y los ángulos consecutivos alrededor de un punto.
- Luego, con preguntas bien elaboradas y bien dirigidas, lograr que los estudiantes identifiquen los pares de ángulos en posición de correspondientes, alternos y conjugados sobre la base de la definición de cada uno de estos pares de ángulos.
- Se sugiere para ello tomar a las rectas a y c cortadas por b.
- Dos rectas paralelas son cortadas por una tercera (secante), a // b y c secante.



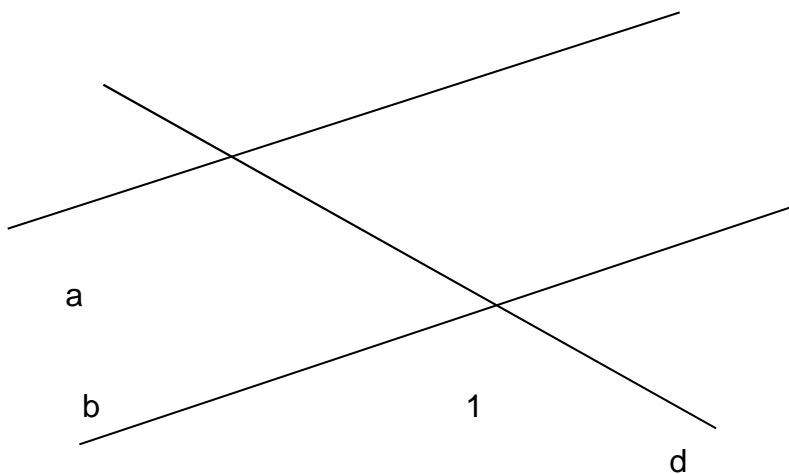
- Los  $\angle 1$  y  $\angle 5$  están en posición de ángulos correspondientes entre paralelas.  
¿Qué características tienen estos ángulos?

Debe quedar bien preciso y explicado por los alumnos que:

Los ángulos en posición de correspondientes entre paralelas tienen vértices distintos, uno se encuentra ubicado en la región interna y el otro en la región externa, y ambos ángulos se encuentran situados a un mismo lado de la recta secante. Se debe simultanear la palabra, con la visualización de estas características.

- ¿Cómo son sus amplitudes?
  - Precisar las premisas y la tesis del teorema que expresa la propiedad referida a las amplitudes de esta pareja de ángulos; abordar también el recíproco de este teorema, así como su contra recíproco, y verificar el valor de verdad de cada uno de ellos.
  - Señala otros pares de ángulos que sean correspondientes entre paralelas.
  - Señala las cuatro parejas de ángulos que están en posición de correspondientes entre paralelas.
  - De forma análoga se trabajan los ángulos en posición de alternos entre paralelas y conjugados entre paralelas.
  - Luego se establece una comparación, con participación activa de los alumnos, en cuanto a la posición de los vértices (puntos) en el plano, el sentido de los lados contenidos en las rectas cortadas (paralelas) y los contenidos en la recta secante.
  - Se debe destacar, según la participación activa de los alumnos (por la calidad de las respuestas), que:

- ✓ En los pares de ángulos en posición de opuestos por el vértice y en los ángulos en posición de adyacentes, el vértice es común, lo que no es así en los pares de ángulos en posición de correspondientes, alternos y conjugados entre paralelas, que sus vértices son puntos distintos.
- ✓ En estos pares de ángulos, las amplitudes, o son iguales, o suman  $180^\circ$ ; en los pares de ángulos en posición de opuestos por el vértice, correspondientes entre paralelas, y en los alternos entre paralelas, sus amplitudes son iguales, y en los pares de ángulos en posición de adyacentes y conjugados entre paralelas las amplitudes suman  $180^\circ$ .
- Ejemplo de ejercicio que se puede proponer:
  - Dada la figura, con  $a//b$ ,  $d$  secante y la amplitud del  $\angle 1 = 78,3^\circ$ .



- Denota y calcula la amplitud del ángulo que:
  - a) Sea alterno entre paralelas con  $\angle 1$ . Fundamenta tu respuesta.
  - b) Sea opuesto por el vértice con  $\angle 1$ . Fundamenta tu respuesta.
  - c) Sea conjugado entre paralelas con  $\angle 1$ . Fundamenta tu respuesta.
  - d) Sea correspondiente entre paralelas con  $\angle 1$ . Fundamenta tu respuesta.
  - e) Sea adyacente con  $\angle 1$ . Fundamenta tu respuesta.
  - f) El ángulo alterno entre paralelas con  $\angle 1$  y el conjugado entre paralelas con  $\angle 1$ , están en posición de \_\_\_\_\_. Fundamenta tu respuesta.
- ¿Se cumple la propiedad referida a sus amplitudes? Fundamenta tu respuesta.
- g) El ángulo alterno entre paralelas con  $\angle 1$  y el correspondiente entre paralelas con  $\angle 1$ , están en posición de \_\_\_\_\_. Fundamenta tu respuesta.

¿Se cumple la propiedad referida a sus amplitudes? Fundamenta tu respuesta.

h) Calcula la amplitud del ángulo que es conjugado entre paralelas con el opuesto por el vértice al ángulo  $\angle 1$ . Fundamenta tu respuesta.

i) Calcula la amplitud del ángulo que es alterno entre paralelas con el ángulo adyacente al ángulo  $\angle 1$ . Fundamenta tu respuesta.

Estas actividades encaminadas a sistematizar, logran su propósito si los conocimientos quedan organizados en el pensamiento de los alumnos de acuerdo con sus características esenciales y nexos entre ellos; si cada conocimiento ha encontrado su lugar en la estructura del saber, al crear las condiciones para un saber más sólido, el desarrollo de habilidades más generales y para alcanzar mejores resultados en la aplicación de los conocimientos.

## BIBLIOGRAFÍA

JUNK, WERNER. Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática 1. La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1989.

MÜLLER, HORT. Conceptos básicos de la Geometría Plana 1. La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1989.

MUÑOZ BAÑOS, FÉLIX. Matemática 7. La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1992.

RIZO CABRERAS, CELIA. Matemática 6. La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1992.