

Revista electrónica trimestral. Año I No. 2
Holguín, 2003

LOS NIVELES DE VAN HIELE Y LA TAXONOMÍA SOLO: UN ANÁLISIS DE LAS MONTAÑAS
HOLGUINERAS

Mario Estrada Doallo

Ariel Limias Torres

Resumen

Entre los pasos que se han dado para ayudar al profesorado a comprender las deficiencias que presentan los estudiantes en las clases de Geometría figura el Modelo de Van Hiele, en el mismo se describe cómo evoluciona en Geometría la forma de razonar de los estudiantes, y da al profesor pautas para la organización de sus clases, con el fin de conseguir un progreso efectivo de sus alumnos. Algunas investigaciones han logrado buenos resultados en la interpretación del aprendizaje de los alumnos a partir de estudios comparativos entre los niveles de Van Hiele y la Taxonomía SOLO, pues se contemplan aspectos macroscópicos como microscópicos del aprendizaje.

En este trabajo se abordan resultados de la labor investigativa de un estudio realizado en las escuelas primarias de las montañas holguineras, con el objetivo de obtener información sobre el razonamiento de estos estudiantes en contenidos de Geometría, para ello se aplicaron cuatro ítems a cada estudiante de la muestra y se valoraron las respuestas de los mismos siguiendo los criterios de ambos modelos.

Abstract

One of the steps to help teachers understand the difficulties presented by students in the lesson of Geometry is the Van Hiele Model. In it, the evolution of Geometry as well as the way of reasoning of the students are describe. Such model also gives teachers ways to organice their lessons with the objective of obtaining an effective development of the students. Some investigations have reached good results in the understanding of the learning of the students based on comparative studies between the Van Hiele levels and the SOLO taxonomy, since macroscopic and microscopic aspects of learning are analyzed.

In the present work, the results of an investigation related to the study of the reasoning of students in the lessons of Geometry. Such work covered students from mountain areas of the province of Holguin. The investigation implied the application of four items to each student, form the sample taken, and the evaluation of their answers according to the criteria of the models mentioned above.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la teoría de los niveles de Van Hiele ha sido el centro de atención de algunos investigadores y se ha convertido en un modelo posible para interpretar el aprendizaje de la Geometría. Pero, desde la perspectiva de su aplicabilidad, para un profesor que esté interesado en otros aspectos del aprendizaje, no sólo en aquellos que tengan que ver con el nivel de razonamiento de sus estudiantes, este modelo no parece ofrecerle demasiada información, precisamente se han buscado interpretaciones complementarias del aprendizaje con la utilización de la taxonomía SOLO y los mapas conceptuales (Huerta, 1997), con el objetivo de interpretar el aprendizaje de los estudiantes desde un marco más amplio.

En este artículo se muestra cómo evaluar el aprendizaje de los alumnos mediante la utilización de los modelos de Van Hiele y la Taxonomía SOLO, es decir, el interés se centra en estudiar si los niveles de Van Hiele se pueden analizar desde la perspectiva de la taxonomía SOLO y en ver si este estudio permite identificar niveles de razonamiento con niveles SOLO.

DESARROLLO

En cuanto a los niveles de Van Hiele se pueden encontrar, en la literatura, varias descripciones generales relativas a estos niveles de razonamiento. En este trabajo se han considerado cuatro niveles: *de reconocimiento, de análisis, de clasificación y de deducción formal*.

La taxonomía SOLO tiene su origen en formulaciones piagetianas y reformulaciones neopiagetianas posteriores a las etapas del desarrollo cognitivo de Piaget y se asume la definición: “*la taxonomía SOLO es un sistema jerárquico de categorías diseñado para evaluar la calidad de una respuesta*” (Peeg, Gutiérrez y Huerta, 1997: citado por Huerta, 1999).

Los dos aspectos que se deben tener en cuenta cuando se usa la taxonomía SOLO son: los *modos de funcionar*, que están muy relacionados con las etapas piagetianas del desarrollo cognitivo y los *ciclos de aprendizaje*, que tienen que ver con la descripción de la estructura de cualquier respuesta como un fenómeno en sí mismo; es decir, sin que la respuesta represente necesariamente una etapa particular en el desarrollo intelectual, este segundo aspecto es la esencia de la taxonomía.

Según este modelo el ciclo de aprendizaje se repite en cada una de los modos de funcionar. Cada uno de ellos está formado por cinco niveles básicos de respuestas que en orden de complejidad creciente son: *nivel preestructural, nivel uniestructural, nivel multiestructural, nivel relacional y nivel de abstracción extendida*.

De las consideraciones anteriores se desprende que el objetivo de la investigación estuvo dirigido a evaluar a estudiantes del nivel primario desde más de una perspectiva. Es decir, se ha intentado responder las mismas preguntas formuladas en el trabajo de Huerta (1999):

1. ¿Es posible analizar los niveles de razonamiento de Van Hiele usando la taxonomía SOLO?
2. ¿Existe un nivel SOLO característico en los estudiantes que razonan predominantemente en un nivel asignado de Van Hiele?

Es decir, se pretende hacer una interpretación más fina del aprendizaje de los alumnos, pues se tendrá en cuenta la aparición de posibles ciclos de aprendizaje no descritos en el modelo de Van Hiele y recogidos, en cambio, en la taxonomía SOLO. Por lo que el profesor no sólo tendrá en cuenta el nivel de razonamiento de sus estudiantes para construir secuencias de aprendizaje sino que, además, las secuencias estarían sujetas a los ciclos de aprendizaje en los que éste se pudiera producir.

METODOLOGÍA

La muestra que participó en la investigación fue tomada de diferentes escuelas primarias de las montañas holguineras y los alumnos encuestados cursaban el 6to grado.

Los estudiantes no fueron avisados con anterioridad de que iban a contestar un test de Geometría, por lo que no existió de antemano una preparación previa para el mismo; es decir, resolvieron el cuestionario de preguntas a partir de los conocimientos que tenían y que habían recibido durante el presente curso o de cursos anteriores.

El instrumento de evaluación.

El instrumento de evaluación se construyó de manera que las respuestas de los estudiantes se pudieran evaluar desde los dos niveles antes mencionados. Para su construcción se siguieron las ideas propuestas por Collis, Romberg y Jurdak (1986: citado por Huerta, 1999) sobre la confección de *superítem* y que están relacionadas con la taxonomía SOLO y las propuestas por Jaime y Gutiérrez (1994) dirigidas a evaluar los niveles de Van Hiele.

Los *superítem* están formado por dos partes, una que se llama *tronco* y es donde se describe la situación-problema y la segunda parte son las *cuestiones*, que son preguntas, referidas al tronco, que se pueden responder a partir de la información contenida en el tronco. Es decir, se han construido ítems referidos a la información suministrada en el tronco y que una respuesta correcta a uno de estos ítem nos indica la capacidad de respuesta del estudiante en, por lo menos, el nivel SOLO, que refleja la estructura de ese ítem. Además, dar una respuesta a un ítem significa que el estudiante está razonando en un nivel de Van Hiele, lo que permitirá asignar uno de estos niveles al estudiante.

El instrumento aplicado está formado por cuatro *superítem* y cada uno de ellos tiene cuatro cuestiones que responden a cada nivel SOLO (Anexo), pues sólo se consideraron los niveles: *uniestructural*, *multiestructural*, *relacional* y *abstracción extendida*. Es decir, cada cuestión se ha construido con el fin de evaluar la capacidad de respuesta de los estudiantes en una estructura jerárquica constituida por los cuatro niveles SOLO considerados. Las preguntas de los *superítem* se han elaborado siguiendo los criterios que se muestran en la siguiente tabla.

TABLA I

Criterios para la construcción de cuestiones

dentro de una estructura de superítem

CUESTIÓN	NIVEL SOLO	CARACTERÍSTICAS
Cuestión 1	Uniestructural (U)	Uso de un elemento de la información obtenida directamente del tronco.
Cuestión 2	Multiestructural (M)	Uso de dos o más elementos directamente relacionadas con las partes separadas de la información contenida en el tronco.
Cuestión 3	Relacional (R)	Uso de dos o más clausuras directamente relacionadas con una comprensión integrada de la información contenida en el tronco.
Cuestión 4	Abstracción extendida (A)	Uso de un principio abstracto y general o una hipótesis derivada o sugerida por la información contenida en el tronco.

De esta forma el éxito de un estudiante en la primera cuestión indicará una capacidad de respuesta a la situación-problema en, al menos, el nivel uniestructural y así sucesivamente.

Para la evaluación de los niveles de razonamiento de los estudiantes se incluyeron cuestiones donde el alumno tenga que demostrar sus habilidades de razonamiento, fundamentalmente en aquellos procesos propios de las matemáticas y que son habituales en Geometría: *identificación, definición (definir y usar), clasificación y demostración*. Los contenidos y los procesos de razonamiento implicados en las cuestiones de los superítem se muestran en la siguiente tabla:

TABLA II

Contenidos y procesos de razonamiento

en cada superítem

Superítem	Contenidos matemáticos	Procesos de razonamiento
1	Triángulos. Relación angular en los triángulos.	Identificar formas geométricas y propiedades, usar definición, clasificación y demostración.
2	Paralelogramos.	Identificar formas geométricas y propiedades, usar definición, cálculo y demostración.
3	Ángulos rectos y llanos.	Identificar formas geométricas y propiedades, usar definición y demostración.
4	Cuadriláteros.	Identificar formas geométricas y propiedades, usar definición, clasificar y demostrar.

Como se puede apreciar al hacer un análisis de las respuestas de los cuatro superítem elaborados, es posible asignar un nivel de razonamiento al estudiante, siguiendo los criterios de Jaime y Gutiérrez (1994), donde los cuatro procesos se distribuyen por niveles de la siguiente forma:

TABLA III

*Distribución de los procesos del pensamiento
por niveles de razonamiento*

	Identificación	Definición	Clasificación	Demostración
Nivel I	X	Usar	X	-
Nivel II	X	Definir y Usar	X	X
Nivel III	-	Definir y Usar	X	X
Nivel IV	-	Definir y Usar	-	X

Para asignar los niveles SOLO, a los estudiantes, se analizan las respuestas dadas a las cuestiones de cada uno de los superítem, siguiendo los criterios anteriores; es decir, a cada estudiante se le asocia un vector de cuatro componentes cualitativos y ordenados, que constituyen la evaluación SOLO en dicho superítem; por ejemplo, un estudiante puede obtener como evaluación en un superítem el vector (U_1, M_1, R_3, nA) . Este vector indica que el estudiante ha respondido el superítem hasta el nivel relacional, los subíndices indican la calidad de la respuesta y nA significa que no se respondió la pregunta 4. Por lo tanto, como son cuatro superítem para cada estudiante se tendrán cuatro vectores que formarán una matriz cuadrada de orden 4, que recoge su evaluación a lo largo del test. La tabla IV muestra cómo debe quedar la evaluación de un estudiante.

TABLA IV

Resultados de la evaluación SOLO

de un estudiante de la muestra.

	CUESTIÓN 1	CUESTIÓN 2	CUESTIÓN 3	CUESTIÓN 4
Superítem 1	U ₁	M ₁	R ₃	A _o
Superítem 2	U ₅	M _o	R	nA
Superítem 3	U ₃	M _o	nR	nA
Superítem 4	U ₅	nM	nR	nA

Luego que se tienen todos los resultados de los estudiantes se procede a asignar un nivel SOLO a cada estudiante que indique su capacidad de respuesta a lo largo de todo el test. Para ello es necesario decidir qué criterio seguir para signar estos niveles. Se siguió la idea de Huerta (1999) y se optó por los dos criterios siguientes:

1. *Criterio 1:* A un estudiante se le asignará un nivel SOLO S, siendo S el nivel estructural, multiestructural, relacional o de abstracción extendida si el número máximo de respuestas incorrectas en este nivel S es solo una. Es decir, en el ejemplo de la tabla IV al estudiante se le asigna el nivel multiestructural y no el relacional, pues en las cuestiones 3 tiene dos respuestas incorrectas.
2. *Criterio 2:* A un estudiante se le asignará un nivel SOLO S, siendo S el nivel estructural, multiestructural, relacional o de abstracción extendida si el número máximo de respuestas incorrectas en este nivel S es de dos. Es decir, en el ejemplo de la tabla IV al estudiante se le asigna el nivel relacional.

Por lo tanto, la evaluación final del estudiante consistirá en un vector de dos componentes del tipo N_i, S_i, siendo N_i el nivel de Van Hiele asignado y S_i el nivel de respuesta SOLO con i=1,2,3,4.

El conjunto de vectores de dos componentes (N, S), descrito anteriormente, permite establecer si existe algún tipo de relación entre los resultados que describen el componente N y el componente S de la evaluación de los estudiantes. Si esta relación existe, entonces es posible explicar cualitativamente un componente en función del otro. En consecuencia, se pudiera interpretar mejor algunos aspectos que caracterizan a ambos marcos teóricos, lo que posibilitará hacer una mejor interpretación del aprendizaje de los estudiantes (Huerta, 1999).

RESUMEN DE LOS RESULTADOS

Luego de hacer un estudio detallado de cada respuesta de los estudiantes por preguntas y por superítem se determinó los niveles de razonamiento de cada estudiante, lo que se muestra en la siguiente tabla:

TABLA V

Resultados por niveles de razonamiento

de los estudiantes de la muestra

NIVELES DE RAZONAMIENTO	ESTUDIANTES
Nivel I	15
Nivel II	4
Nivel III	-
Nivel IV	-

Para la identificación de los niveles SOLO se tomaron en cuenta los dos criterios descritos anteriormente.

Criterio más exigente

Para el conjunto de respuesta de un estudiante, en el test aplicado, se ha utilizado para asignar un nivel SOLO a cada estudiante la siguiente notación: uniestructural (UNI), multiestructural (MULT), relacional (REL) y abstracción extendida (ABE). La tabla VI recoge los resultados alcanzados.

TABLA VI

Niveles SOLO identificados

según el criterio 1

NIVEL SOLO	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
UNIESTRUCTURAL (UNI)	9	47
MULTIESTRUCTURAL (MULT)	7	37
RELACIONAL (REL)	3	16
ABSTRACCIÓN EXTENDIDA (ABE)	-	-
TOTALES	19	100

Se puede apreciar que los niveles predominantes son los dos primeros, siendo el nivel uniestructural el que se destaca de manera apreciable sobre los demás, y en el último nivel no existen estudiantes clasificados.

Ahora al aplicar el segundo criterio la distribución por niveles SOLO es la siguiente:

TABLA VII

Niveles SOLO identificados

según el criterio 2

NIVEL SOLO	NÚMERO DE ESTUDIANTES	PORCENTAJES
UNIESTRUCTURAL (UNI)	2	11
MULTIESTRUCTURAL (MULT)	6	31
RELACIONAL (REL)	11	58
ABSTRACCIÓN EXTENDIDA (ABE)	-	-
TOTALES	19	100

Se puede apreciar cómo, al usar este segundo criterio, se produce un ligero desplazamiento de los niveles asignados hacia los niveles multiestructural y relacional, donde hay una mayor presencia en este último. En el gráfico 1 mostramos los resultados comparados de ambos criterios.

GRÁFICO 1

Gráfico comparado de la asignación de los niveles SOLO

según los criterios considerados

Al hacer una comparación entre los niveles de razonamiento y los niveles SOLO asignados a los estudiantes, se puede deducir que no es posible relacionar un nivel SOLO característico de los estudiantes con un nivel de razonamiento de Van Hiele

dado. Por otro lado, desde el punto de vista de la taxonomía SOLO, en la medida que un estudiante aumenta de nivel de razonamiento aumenta la calidad en las respuestas dadas a las preguntas. Lo anterior se refleja en las tablas siguientes.

TABLA VIII

Relación entre los niveles de Van Hiele y los niveles SOLO asignados a los estudiantes

Según el criterio 1

	NIVEL I	NIVEL II	NIVEL III	NIVEL IV
UNI	9	-		
MULT	6	1		
REL	-	3		
ABE	-	-		

TABLA IX

Relación entre los niveles de Van Hiele y los niveles SOLO asignados a los estudiantes

Según el criterio 2

	NIVEL I	NIVEL II	NIVEL III	NIVEL IV
UNI	2	-		
MULT	6	-		
REL	7	4		
ABE	-	-		

Por otra parte, dado que los niveles SOLO son jerárquicos, un nivel SOLO asignado a un estudiante supone la asignación de los niveles SOLO anteriores, es decir, en la tabla IX se puede observar que existen 7 estudiantes del nivel I de razonamiento que tienen asignado el nivel SOLO relacional, por lo que aquí se observa que estos alumnos en este nivel de razonamiento dominan los niveles SOLO uniestructural y multiestructural. Por lo que se puede encontrar ciclos de aprendizaje dentro de un nivel de razonamiento.

CONCLUSIONES

Luego de haber aplicado el test elaborado siguiendo los criterios descritos en el trabajo, se ha llegado a conclusiones muy análogas a las obtenidas por Huerta (1999) en su investigación, las mismas se pueden resumir en:

- Los niveles de Van Hiele pueden ser analizados desde la perspectiva de la taxonomía SOLO.
- No es posible asociar un único nivel de respuesta SOLO que sea característico de los estudiantes que razonan en un nivel de Van Hiele. Es decir, asociar el nivel 1 de

Van Hiele con el nivel uniestructural y así sucesivamente; esto se muestra en las tablas VIII y IX. Existe más de un nivel SOLO para un nivel de razonamiento. En estudiantes, con un alto grado de adquisición del nivel I de Van Hiele (Tabla IX), se han distinguido niveles SOLO que recorren los niveles UNI, MULT y REL, según el criterio 2.

- Existen evidencias que en un nivel de razonamiento existen ciclos de aprendizaje formados por la secuencia UNI – MULT – REL – ABE.
- Los criterios asumidos para la estructura de los superítem han sido útiles para la asignación de los niveles de razonamiento y los niveles de respuesta SOLO.
- Se ha hecho un análisis macroscópico del aprendizaje de los estudiantes. Un análisis más detallado de las respuestas, lo que se muestra en los subíndices de cada vector obtenido, llevaría a un análisis microscópico del aprendizaje, e incluso se podría analizar por separado los conceptos abordados en los superítem aplicados, aspectos estos que no se abordaron en el trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

CORBERAN, R. et al. (1994). Diseño y Evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Secundaria basada en el Modelo de Van Hiele. Colección: Investigación No. 95, Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia: CIDE, Madrid.

CROWLEY, M.L. (1987). The Van Hiele Model of the Development of Geometric Thought, pp. 1-16. En NCTM learning and teaching geometry, k-12 (1987 Yearbook), Resston, EE. UU: National Council of Teachers of Mathematics.

GUTIÉRREZ, Á.; JAIME, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El Modelo de Van Hiele, pp. 295-384. En: Teoría y Práctica en Educación Matemática (colección "Ciencias de la Educación" no 4) Llinares, S. ; Sánchez, M., Ediciones ALFAR, Sevilla.

GUTIÉRREZ, Á. (1995). Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V., México.

GUTIÉRREZ, Á.; JAIME, A. (1995). Towards the desing of a standard test for assessment of the student's reasoning in Geometry, pp. 3-18. Proceeding of the 19th International Conference of the P.M.E. vol 3.

HUERTA, P. (1999). Los niveles de Van Hiele y la Taxonomía SOLO: un análisis comparado, una integración necesaria. Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas. Vol. 17 No. 2, Junio, Valencia.

JAIME, A. ; GUTIÉRREZ, A. (1994). A Model of test design to assess the Van Hiele Levels, pp. 41-48. En Proceeding of the 18th International Conference of the P.M.E. vol 3.

JAIME, A. ; GUTIÉRREZ, A. (1994). Analizando las Reacciones de los Estudiantes en Clase de Geometría. El Modelo de Van Hiele, pp. 5-10. En Revista Aula, Enseñar Geometría. Enero. No 22., España.

JAIME, A. (1994). La Enseñanza de las isometrías del plano desde la perspectiva del Modelo de Van Hiele, pp. 85-94. En UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas, No 1., Julio, Sevilla.

LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. (1990). Teoría y Práctica en Educación Matemática (colección Ciencias de la Educación No 4). Ediciones ALFAR, Sevilla.

ANEXO

Superítem 1

TRONCO

El triángulo es un polígono de tres lados, que se clasifica según sus lados en:

- Triángulo equilátero: tiene sus tres lados son iguales.
- Triángulo isósceles: tiene dos lados iguales y el desigual se llama base.
- Triángulo escaleno: tiene sus tres lados desiguales.

CUESTIONES

1. ¿Cuánto mide el lado BC si el triángulo ABC es isósceles de base AB?

Explica por
qué: _____

2. Dibuja un triángulo isósceles, un triángulo equilátero y un triángulo escaleno.

Explica por
qué: _____

1. Diga si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones. Fundamenta las respuestas.

- ☐ Todo triángulo isósceles es equilátero.
- ☐ Todo triángulo equilátero es isósceles.
- ☐ Todo triángulo escaleno es equilátero.
- ☐ Si el triángulo no es isósceles no es equilátero.

2. Si en el triángulo ABC se cumple que $AC = AB$ y $\angle CAB = 60^\circ$. Demuestra que ABC es equilátero.

Superítem 2

TRONCO

El paralelogramo es un cuadrilátero que cumple las siguientes propiedades:

- Sus lados opuestos son paralelos.
- Sus lados opuestos son iguales.
- Las diagonales se cortan en su punto medio.

CUESTIONES

1. Dadas las siguientes figuras. ¿Cuáles son paralelogramos?

Explica qué: _____ por

2. Dado el siguiente paralelogramo.

a) Calcula la longitud de los lados AB y BC si se conoce que $DC = 5\text{cm}$ y $AD = 3\text{ cm}$.

Explica por
qué: _____

3. Diga de su medio circundante ejemplos de objetos que tengan forma de paralelogramo.

Explica por
qué: _____

-
4. En el gráfico se conoce que los triángulos DCF y BEC son equiláteros y el lado $BE = 4$ cm y el lado $FC = 6$ cm. Además, el lado $AB = 6$ cm, $DC \parallel AB$.
- a) Demuestre que ABCD es un paralelogramo.
- b) Calcula la longitud del lado AD.

Superítem 3

TRONCO

En grados anteriores estudiaron los ángulos rectos y ángulos llanos que se definen como:

- Ángulo recto: es aquel ángulo que sus lados son perpendiculares.
- Ángulo llano: es aquel ángulo que sus lados son semirrectas opuestas.

CUESTIONES

1. Dados los siguientes ángulos. ¿Cuáles son rectos y cuáles son llanos?

Explica
qué: _____

por

2. Dado el triángulo ABC, se conoce que el ángulo $\angle BAC = 45^\circ$ y el lado AB es perpendicular al lado BC.

a) Calcula la suma de los ángulos interiores del triángulo.

Explica _____ por
qué: _____

b) ¿Es el triángulo ABC isósceles?. Fundamenta la respuesta.

3. Del medio circundante menciona objetos que formen ángulos rectos y ángulos llanos.

Explica _____ por
qué: _____

4. Demuestra la siguiente afirmación:

Si un paralelogramo tiene uno de sus ángulos recto, entonces el paralelogramo es un rectángulo.

Superítem 4

TRONCO

De los cuadriláteros estudiados conociste la definición de trapecio: es el cuadrilátero con dos lados paralelos.

- Si el trapecio tiene dos lados iguales se llama trapecio isósceles.
- Si el trapecio tiene un ángulo recto se llama trapecio rectángulo.

CUESTIONES

1. De las siguientes figuras cuáles son trapecios.

Explica qué: _____ por

2. Si en el trapecio ABCD los lados paralelos son AB y CD, se conoce que $AB = 5$ cm. ¿Cuánto mide CD?. Fundamenta.

3. Completa la siguientes tabla:

Nombres	Figuras
Cuadriláteros	
Trapecios	
Paralelogramos	
Rombos	
Rectángulos	
Cuadrados	

4. Si definimos al trapecio como el cuadrilátero con solo dos lados paralelos, entonces podemos afirmar que el paralelogramo es un trapecio. Fundamenta.