

La solución de problemas matemáticos con el uso de los sistemas de aplicación cabri, geometry y derive.

Autores: Mario Estrada Doallo  
José Sánchez Santiesteban  
José A. Hernández Benítez  
Carlos Negrón Segura

### RESUMEN:

En el presente artículo se aborda la resolución de problemas matemáticos con el uso de la computadora, haciendo énfasis en la acción de *búsqueda de la idea de la solución* del problema. Se presentan varios ejemplos en los que se muestra el proceso de búsqueda de la idea de la solución.

### SUMMARY:

Presently article is approached the resolution of mathematical problems with the use of the computer, making emphasis in the action of search of the idea of the solution of the problem. Several examples are presented where the process of search of the idea of the solution is shown.

### INTRODUCCIÓN

El peso de la resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática puede seguirse hasta los primeros documentos matemáticos que se conservan, ya que algunos autores consideran que los problemas contenidos en las tablillas mesopotámicas y los papiros egipcios son problemas escolares. Esta conclusión se avala a partir del análisis de algunos de esos problemas; en efecto, en ellos aparecen características que difícilmente aparecen en problemas reales, características que lamentablemente perduran aún en los manuales escolares (Campistrous y Rizo, 1999).

Al hacer un análisis de los planes y programas de estudio de Matemática de la enseñanza preuniversitaria se constató que la resolución de problemas ha ido ganando cada vez más en importancia, pero no es hasta la década de los ochenta que la Asociación Nacional de Profesores de Matemática (NCTM, 1980) declara que: «*La resolución de problemas ha de ser el centro de la enseñanza de las Matemáticas*

*y que la aspiración fundamental o máxima de cualquier diseño curricular es que el alumno aprenda a solucionar problemas».* Una de las razones fundamentales de tal afirmación está dada en que la vida cotidiana está llena de problemas que deben ser resueltos para mantener un adecuado nivel de funcionamiento tanto a escala social como personal.

La resolución de problemas se considera como una de las actividades básicas del pensamiento y es por ello que esta tendencia en la Educación Matemática resulta de gran interés en la formación de estudiantes y profesores. Se debe señalar que el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas resulta complejo a profesores y estudiantes y que a lo largo de la historia ha presentado dificultades, por lo que se hace imprescindible buscar alternativas para contribuir a mejorar los resultados alcanzados hasta el momento.

Actualmente, el desarrollo de las tecnologías informáticas han estado ganando espacio en la docencia y con las misma se han obtenidos resultados positivos en el proceso de enseñanza aprendizaje, por lo que se considera necesario su uso.

En el artículo se exponen algunos ejemplos de cómo hacer uso de los sistemas de aplicación en la resolución de problemas matemáticos, insistiendo en la búsqueda de la idea de la solución.

## DESARROLLO

A través de la historia han existido diferentes modelos dirigidos a la resolución de problemas, y en la mayoría de ellos se destacan cuatro fases fundamentales para el tratamiento de los mismos, que son: *comprensión del problema, trabajo en el problema, solución del problema y vista retrospectiva y perspectiva de la solución.* Dentro de la segunda fase se debe destacar la acción de *búsqueda de la idea de la solución* del problema, aspecto sobre el cual se hace énfasis en el trabajo.

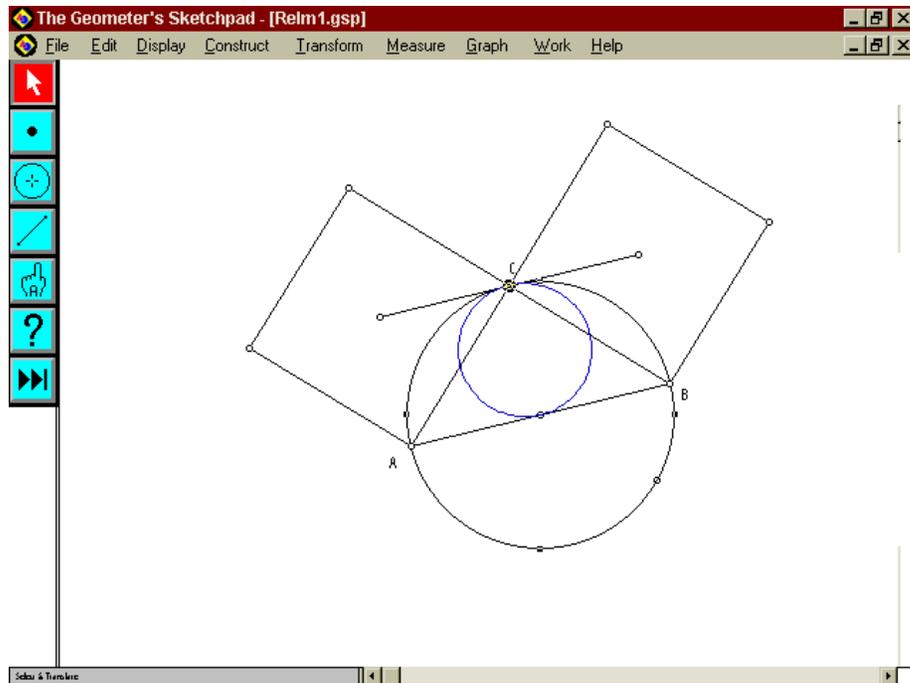
Los sistemas de cómputo que se disponen para la enseñanza de la matemática tienen varias opciones que permiten el trabajo en la solución de problemas matemáticos, aunque hay que destacar que la eficiencia de los mismos en la clase depende en gran medida de la utilización que se haga de estos y de la preparación metodológica de los profesores, entre otras causas que pueden influir en el aprendizaje de los conceptos y en la resolución de problemas por parte de los estudiantes.

Dentro de los sistemas de aplicación que se usan en la actualidad en la enseñanza de la Matemática se encuentran el Derive, Geometre's Sketchpad, Cabri Geometre, Eureka, Matemática, Maple, Graphmat, Descarte, etc., de los cuales se han utilizado algunos en el aprendizaje de la Matemática en las carreras de Licenciatura en Educación en las especialidades de Matemática Computación, Física Electrónica, Ciencias Exactas, Formación de Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica, en el Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero".

El trabajo con estos sistemas de aplicación ha estado dirigido al uso de los mismos como medio de enseñanza, como objeto de aprendizaje, y como herramienta de trabajo tanto para el profesor como para el alumno. Como herramienta de trabajo durante el proceso de resolución de problemas el estudiante puede hacer uso de los sistemas para la búsqueda de la idea de la solución del problema.

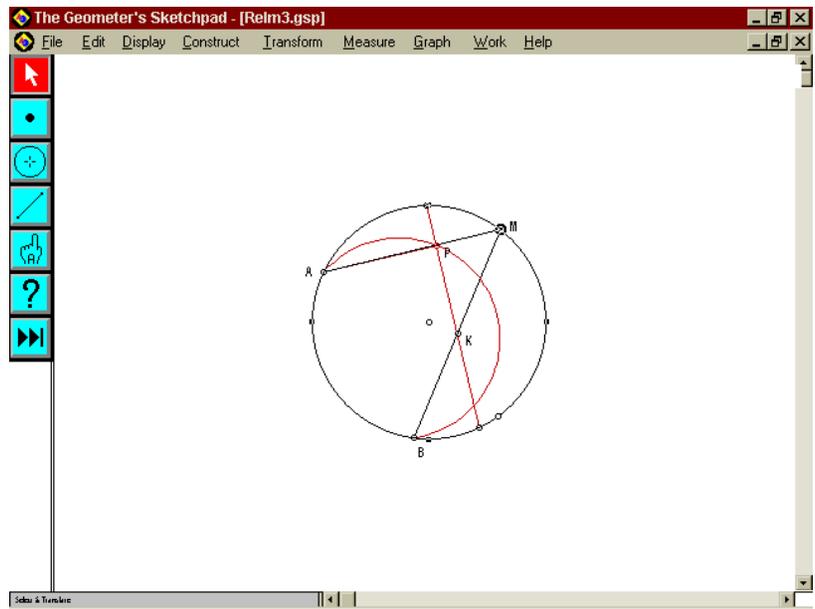
A continuación se presentan ejemplos con los sistemas Derive, Cabri Geometre y Geometre's Sketchpad que ilustran cómo se puede trabajar con los mismos en la solución de problemas matemáticos.

Ejemplo 1: Sea  $AB$  un diámetro de una circunferencia y  $C$  un punto de dicha circunferencia. Se trazan dos cuadrados hacia el exterior con lados  $AC$  y  $BC$  respectivamente. Hallar el lugar geométrico de los puntos medios de los segmentos que unen los centros de los cuadrados cuando  $C$  recorre la circunferencia.



Para la búsqueda de la idea de la solución del problema el estudiante puede hacer uso del sistema, lo que le permitirá, luego de aplicar la animación, hacer una conjetura acerca de la posible solución, como muestra la figura. Puede suponer que el lugar geométrico es una circunferencia, cuestión que tendrá que demostrar.

Ejemplo 2: Sean A, B y M tres puntos distintos de una circunferencia, K es el punto medio de BM, el punto P pertenece a AM de



modo que PK es perpendicular a AM. Hallar el lugar geométrico de los puntos P cuando M recorre la circunferencia.

En este ejemplo se hace uso del sistema de manera análoga al ejemplo anterior con el objetivo de la búsqueda de la idea de la solución.

Como se puede observar el lugar debe ser un arco de circunferencia; pero además el mismo permite calcular la medida del ángulo  $\angle APB$ , y en la animación del punto M sobre la circunferencia el mismo se mantiene constante, lo que ayuda a la solución del problema.

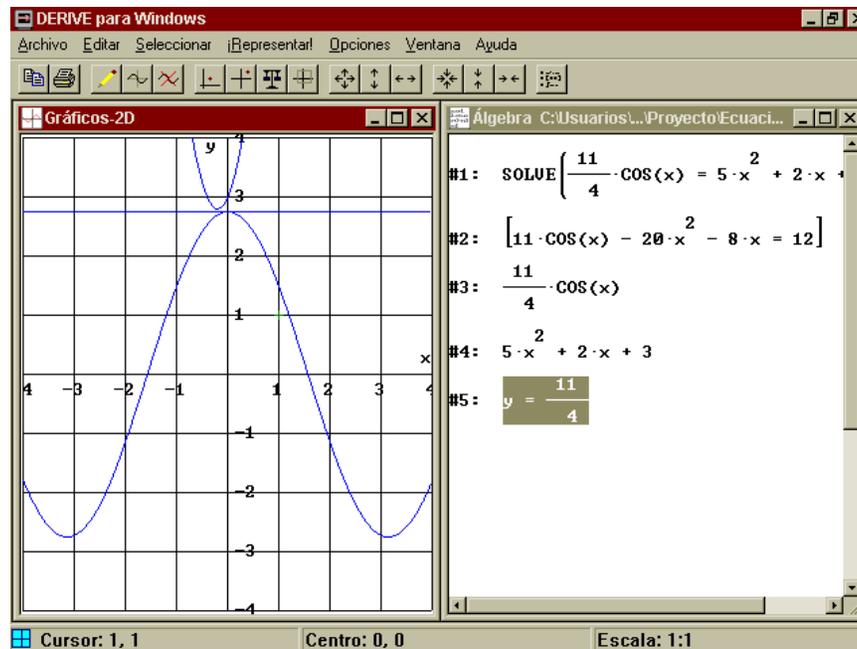
En la solución del problema cuando los puntos A, M y B están en un mismo semiplano con respecto a un diámetro se puede observar que el punto P no está en el segmento AM.

Ejemplo 3: Resolver la ecuación:  $\frac{11}{4} \cos(x) = 5x^2 + 2x + 3$

El estudiante debe observar que a través de los procedimientos clásicos que estudia, no es posible darle solución a dicha ecuación, por lo que puede recurrir al sistema Derive que al tratar de resolverla no es posible, luego se debe apoyar en las gráficas

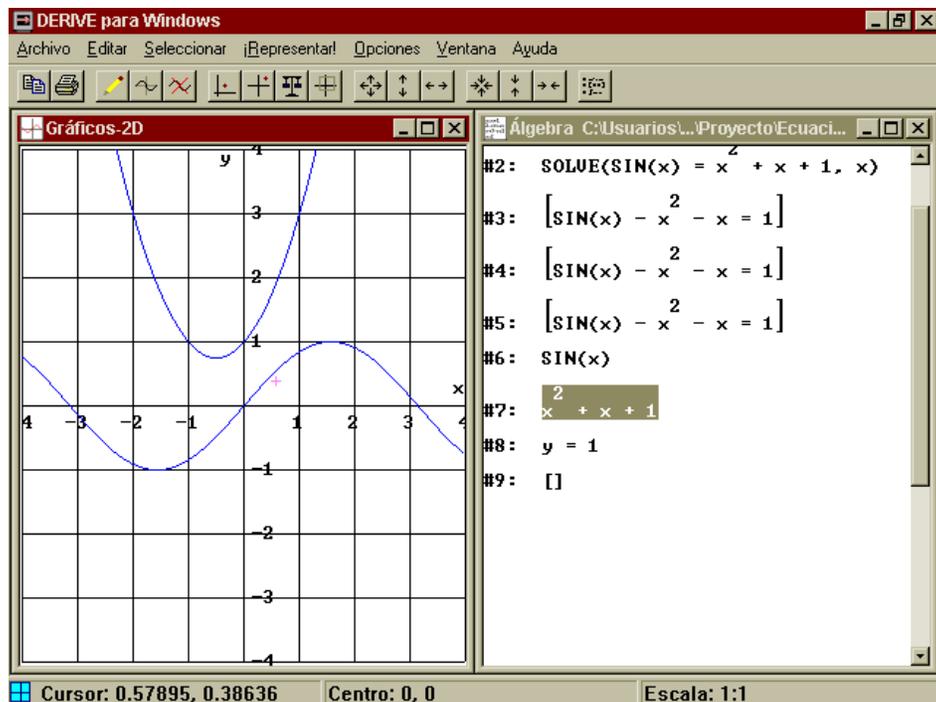
de las funciones  $f(x) = \frac{11}{4} \cos(x)$  y  $g(x) = 5x^2 + 2x + 3$  para analizar el comportamiento de ambas, si las gráficas se interceptan las abscisas de estos puntos serán las raíces de la ecuación dada, en caso contrario la ecuación no tendrá raíces, es decir, la idea gráfica es útil, ya que para la solución se aprovechará la misma.

Según sugiere el gráfico hay que probar que:  $\frac{11}{4} \cos(x) < 5x^2 + 2x + 3$



Ejemplo 4: Resolver la ecuación  $\text{sen}(x) = x^2 + x + 1$ .

El aspecto externo del problema es similar al del ejemplo 3, pero al analizar el gráfico de las funciones la resolución del mismo no es la misma, ya que el estudiante puede percatarse que el mínimo de la función cuadrática es menor que el máximo de la función seno y para resolverla debe hacer un análisis del comportamiento de las funciones por intervalos.



**Ejemplo 5:** Si se trazan dos rectas cualesquiera y un par de rectas secantes, a las anteriores, que se cortan. ¿Qué relación se puede establecer entre los segmentos de transversales (secantes) y los segmentos comprendidos entre las secantes?

El estudiante al enfrentar este problema puede hacer uso del sistema de Geometría Dinámica Cabri Geometre y mediante las opciones del mismo construir una figura que se corresponda con los datos del problema. Con la opción medida de longitudes de segmentos y con el uso de la calculadora, puede determinar las razones entre los segmentos pedidos.

El sistema brinda la posibilidad de mover todas las rectas trazadas, lo que permitirá al estudiante observar cuáles razones permanecen constantes y por lo tanto puede arribar a conclusiones, es decir, llegar a suponer una conjetura sobre el teorema de las transversales.

Por ejemplo, en la primera figura se puede observar que el estudiante al medir los segmentos y establecer las razones, se percatará de que las razones ente los segmentos entre paralelas son iguales y las otras razones no.

Cabri-géomètre II - [Figura N°1]

Archivo Edición Opciones Ventana Ayuda

$PA = 3,11 \text{ cm}$   
 $PB = 6,42 \text{ cm}$   
 $PA/PB = 0,48$

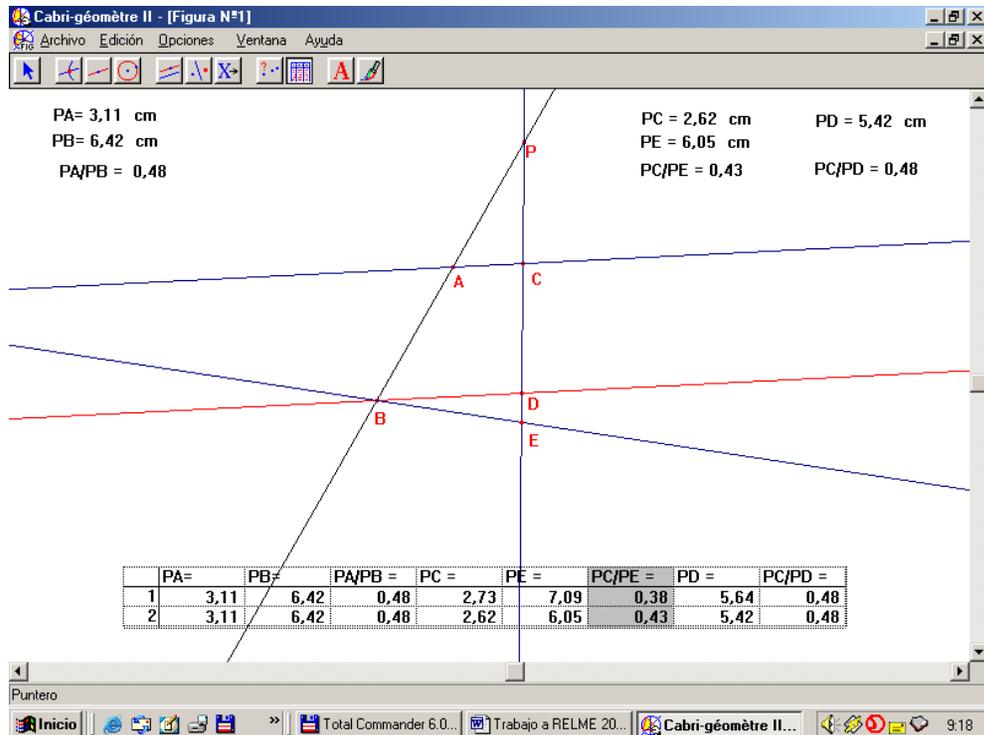
$PC = 2,62 \text{ cm}$   
 $PE = 6,45 \text{ cm}$   
 $PC/PE = 0,41$

$PD = 5,42 \text{ cm}$   
 $PC/PD = 0,48$

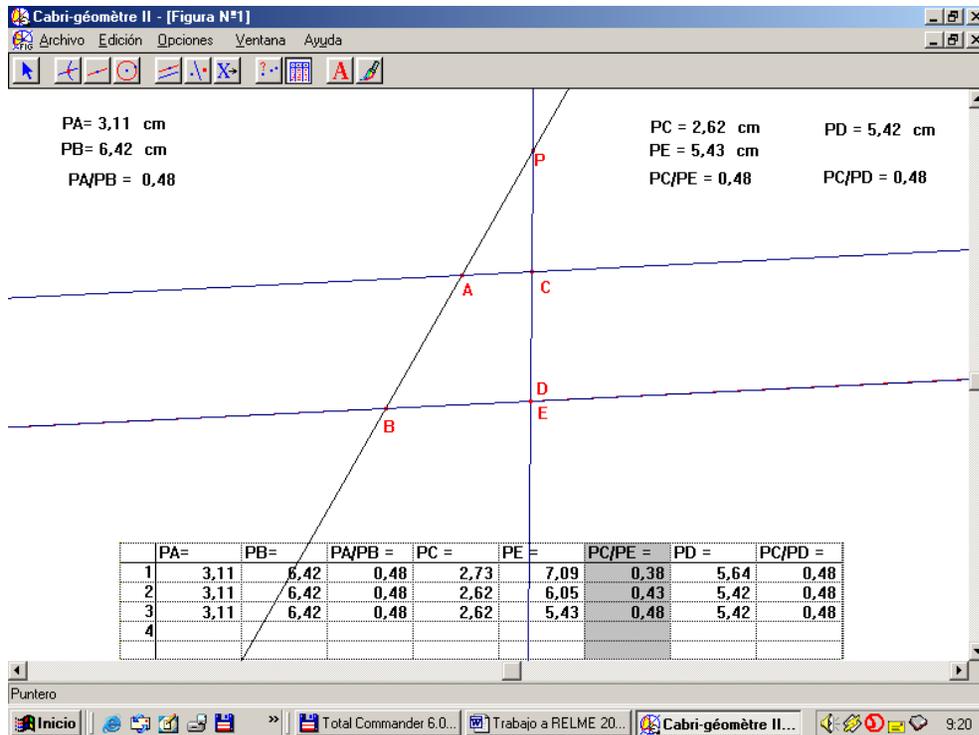
	PA=	PB=	PA/PB =	PC =	PE =	PC/PE =	PD =	PC/PD =
1	3,11	6,42	0,48	2,73	7,09	0,38	5,64	0,48
2								

Puntero

Inicio Total Commander 6.0... Trabajo a RELME 20... Cabri-géomètre II... 9:15



En las demás figuras él podrá observar que a medida que la recta  $r_{BE}$  se acerca a la recta  $r_{BD}$  (color rojo) las razones tienden a ser iguales y cuando llegan a coincidir las razones son iguales, de esta forma el estudiante puede llegar a la conclusión buscada.



Se ha podido observar en las figuras anteriores que el sistema también brinda la posibilidad de ir tabulando los resultados, lo que permitirá hacer un análisis más completo del problema que se analiza, ya que se integran los marcos geométrico y numérico.

Los ejemplos presentados muestran que la interacción con la herramienta computacional ayuda al estudiante u orienta a este en la búsqueda de la idea de la solución de problemas. Estos ejemplos han sido objeto de investigación en alumnos que cursan la Licenciatura en Educación en la Especialidad de Matemática y Computación del ISP "José de la Luz y Caballero" de la ciudad de Holguín y se ha corroborado que, mediante el uso de estos sistemas los estudiantes han experimentado avances en el proceso de la resolución de problemas matemáticos, sobre todo en la búsqueda de la idea de la solución, en comparación con otros estudiantes que no usan los sistemas como medios de ayuda para la solución de los mismos.

## CONCLUSIONES.

El impacto tecnológico en los ámbitos educativos es un hecho irreversible y caracteriza el quehacer pedagógico actual. Él sitúa retos a los docentes y a los investigadores en Educación Matemática. Los ritmos de desarrollo y la presencia en toda la vida humana de los recursos informáticos obligan a las instituciones a tenerlos en cuenta y a transformar la propia concepción educacional.

El uso de los medios de cómputo puede contribuir en gran medida al logro de los objetivos propuestos para la solución de problemas matemáticos.

La experiencia con el uso de la computadora muestra que, además de la potencia de cálculo del computador, la principal herramienta para mejorar el proceso enseñanza–aprendizaje en los cursos de Matemáticas es la interacción entre estudiantes y profesor, generando una dinámica enriquecedora para ambos, en la que el centro del proceso es el estudiante, el cual se hace responsable por la calidad de su aprendizaje.

De los ejemplos propuestos se desprende que de un ejercicio que en el aula tradicional se limita, en el mejor de los casos, a la aplicación de una técnica para calcular o graficar; con ayuda de la computadora el estudiante logra visualizar con mayor precisión figuras de difícil construcción, la medición y comparación, la posibilidad de ampliar y reducir la imagen y adicionalmente refuerza la relación entre los conceptos teóricos.

#### BIBLIOGRAFÍA.

Antunes, R. (1998): Planificar un aula informatizada. Escola Secundaria Raúl Proença, Caldas da Rainha, Portugal, IV Congreso RIBIE, Brasilia.

Azinian, H. (1998): Capacitación docente para la aplicación de tecnologías de la información en el aula de geometría, Universidad de Buenos Aires, IV Congreso RIBIE, Brasilia.

Campistrous, L.; Rizo, C. (1999): Algunas técnicas de resolución de problemas aritméticos. Curso Preevento Congreso Internacional Pedagogía'99. Ciudad de la Habana.

- Cheung, K. (1998): Una Exploración en la Introducción de Informática en el Aula de Matemática de Escuelas de Macau. Macau. En: Actas del Congreso Internacional de Educación Matemática del Continente Asiático.
- Coelho, M. I. (1997): O Cabri- géomètre na resolução de problemas: Processos evidenciados e construção de conhecimentos por alunos do 6º ano de escolaridade. En: Aprendizagens em Matemática. Secção de Educação e Matemática. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Portugal.
- Colette L. (2002): Los fenómenos visuales en la enseñanza-aprendizaje de la geometría en un ambiente basado en computador, París.
- Gravina, M.A.; Santarosa, L.M. (1998): A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. IV Congreso RIBIE, Brasilia.
- Grünberg, J.; Olmedo, A. (1998): Profesores y computadores: Una investigación sobre los factores que afectan el uso de computadores en colegios secundarios, IV Congreso RIBIE, Brasilia.
- Guzmán, M. (1996): El Rincón de la Pizarra. Capítulo 0 el papel de la visualización, Pirámide, Madrid.
- Izquierdo, N.; Fernández, C. (1998): El uso de computadoras y supercalculadoras en la enseñanza de la matemática. En: Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática. ISP "Enrique José Varona", Facultad de Ciencias, Dpto. de Matemática-Computación, Ciudad de la Habana.
- Negrón, C. (1998): Propuesta de integración de los marcos geométrico, numérico y algebraico en relación con las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Tesis presentada en opción al título de Máster en Didáctica de la Matemática. I. S. P. "José de la Luz y Caballero", Holguín.
- Negrón, C, ; Estrada, M. (2 000): Aprendiendo a descubrir con la computadora. Ponencia al evento Pedagogía 2 001, Holguín.
- Shang, R.; Chong, T. (1998): La Valoración de la computadora Prueba al Nivel Terciario, Singapore. En: Actas del Congreso Internacional de Educación Matemática del Continente Asiático.
- Sidericoudes, O (1998): A formalização de conceitos da geometria analítica através do micromundo Logo. Núcleo de Informática Aplicada à Educação – NIED,

Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, São Paulo, IV Congreso RIBIE, Brasil.

Thanh, N. (1998): Un Ambiente Interactivo para la Resolución de Problemas de Geometría: la Concepción, Realización y Experimentación, Vietnam. En: Actas del Congreso Internacional de Educación Matemática del Continente Asiático.