

Una tipología de ejercicios para el tratamiento de la comprensión de problemas aritméticos verbales

A typology of exercises for the treatment of the understanding of arithmetic word problems

*Karel Pérez-Ariza

*Universidad de Camagüey. Cuba. Licenciado en Educación Primaria y en Pedagogía-Psicología. Doctor en Ciencias Pedagógicas. Profesor Auxiliar. karelperez86@yahoo.com ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7650-7022>

Resumen

El artículo socializa resultados de una tesis doctoral. Durante el proceso investigativo se identificó el limitado desarrollo de escolares primarios para la comprensión de problemas aritméticos verbales. El análisis de la literatura especializada reveló la carencia de una tipología de ejercicios sustentada en los niveles de desempeño cognitivo, relativos a ese proceso y de una taxonomía de preguntas basada en la estructura externa de ellas. Consecuentemente, el artículo persiguió como objetivo ofrecer una tipología de ejercicios para el tratamiento de la comprensión de problemas aritméticos verbales. La aplicación de un pre-experimento permitió constatar la validez de la propuesta.

Palabras clave: problema aritmético verbal; comprensión de problemas aritméticos verbales; ejercicios; Didáctica de la Matemática

Introducción

La comprensión de problemas matemáticos (Almeida & Almeida, 2017; Falcón, Medina y Plaza, 2018) y en particular, los aritméticos (Ayllón, 2012; Pérez, 2018) constituye una de las líneas investigativas más recurrentes, durante los últimos años, en la literatura especializada. Diversos estudios de evaluación de la calidad (PISA, 2009; Torres, 2010; Flotts et al, 2016) e investigaciones (Silva, 2016; Pérez & Hernández, 2017; Carmen, 2019) revelan que la insuficiente comprensión es la principal causa de los bajos resultados de los escolares en la comprensión de problemas aritméticos verbales.

A criterio de Pérez (2018), en la producción científica existente, puede apreciarse el predominio de la asunción de la comprensión como fase previa en la solución de problemas aritméticos verbales, enfoque fuertemente influido por el clásico modelo de Polya (1976). Ello, a juicio del autor del artículo, ha limitado el entendimiento del alcance que posee la comprensión en el referido proceso y por ende, el enriquecimiento del apartado instrumental de la Didáctica de la Matemática para el tratamiento eficiente de la comprensión en la solución de problemas aritméticos verbales.

Abstract

The article socializes results of a doctoral thesis. During the research process, the limited development of primary schoolchildren for understanding word problems was identified. The analysis of the specialized literature revealed the lack of a typology of exercises based on the levels of cognitive performance, related to that process, and a taxonomy of questions based on the external structure of them. Consequently, the article pursued the objective of offering a typology of exercises for the treatment of word problems understanding. The application of a pre-experiment made it possible to verify the validity of the proposal.

Key words: Word Problems; Word Problems Understanding; Exercises; Mathematics Education

Es propósito del artículo centrarse en los ejercicios, por constituir una categoría de gran arraigo en la Didáctica de la Matemática y un medio esencial para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos. Consecuentemente, se persigue el objetivo de ofrecer una tipología de ejercicios para el tratamiento de la comprensión de problemas aritméticos. La misma se sustenta en las posturas de Pérez (2018) sobre el carácter transversal de la comprensión en la solución de problemas aritméticos verbales y los niveles de desempeño cognitivo de la referida actividad por momentos del desarrollo del escolar primario; así como la tipología de preguntas para su tratamiento, propuesta por Pérez & Hernández (2017).

Materiales y métodos

El proceso investigativo requirió del empleo de los métodos analítico-sintético e inductivo-deductivo para develar las limitaciones de la teoría existente, en torno a los ejercicios para el tratamiento de la comprensión de problemas aritméticos verbales. La modelación desde el enfoque sistémico estructural funcional permitió la elaboración de la tipología de ejercicios que se ofrece.

Resultados y discusión

La comprensión de problemas aritméticos verbales

El estudio de la literatura científica (Puig & Cerdán, 1988; Tomás, 1990; Capote, 2010; Ayllón, 2012) permitió identificar diversas caracterizaciones del concepto de problema aritmético. La subordinación del referido concepto, al de problema, justifica que el autor del artículo asuma el criterio de Campistrous & Rizo (1996: IX), cuando plantean que un problema es: “[...] toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo.” También, añaden dos condiciones: la vía para resolverlo es desconocida por el sujeto y este último desea hallarla (Campistrous & Rizo, 1996).

La anterior definición posee un considerable valor didáctico, ya que reconoce el papel de la motivación y el carácter individual de los problemas. Con el propósito de reducir la extensión del referido concepto – dado el interés del artículo – su autor se adscribe al criterio de clasificación que tiene en cuenta la rama de la Matemática con la que se relacionan, directamente, los conocimientos empleados para resolverlo; del cual surge la distinción entre problema: aritmético, geométrico, estadístico, algebraico, entre otros (Capote, 2010).

A su vez se comparte la clasificación de los problemas aritméticos, atendiendo al código empleado en su formulación, la que los divide en: verbales y no verbales (Cummis et al, 1988; Capote, 2010). Consecuentemente, al emplearse –en el presente artículo– el referido término, se estará haciendo alusión a aquellos problemas que, además de cumplir con las exigencias planteadas por Campistrous & Rizo (1996), son formulados verbalmente en el plano escrito y para resolverlos se requiere del empleo de – al menos – una operación de cálculo aritmético.

En la literatura científica se registran diversos modelos teóricos en los que se explica la comprensión como una fase previa de la solución de problemas aritméticos (Puig & Cerdán, 1988; Hernández & Socas, 1994; Blanco & Caballero, 2015). Ello determina la existencia de la tendencia o enfoque más difundido en torno a la concepción del lugar que ocupa la primera en el segundo, la que se sustenta básicamente en el clásico modelo aportado por Polya (1976).

La segunda tendencia o enfoque concibe la solución de problemas aritméticos como un proceso de comprensión textual (Pérez & Hernández, 2015). Aunque ha sido menos difundida que la primera, ha ido ganando adeptos en la comunidad científica cubana y extranjera; siendo muestra de ello la publicación, en los últimos años, de varios resultados científicos (Pérez & Hernández, 2015 y 2017; Pérez, 2017; Pérez, Coaguila & Hernández, 2019) en revistas científicas de reconocido prestigio. Posee su principal sustento teórico en las aportaciones de la Lingüística Textual, la Semiótica de la Cultura y la Hermenéutica de corte filológico.

La asunción de la segunda tendencia o enfoque, por el autor del artículo, aboca la necesidad de precisar que cuando se hace referencia – en el presente artículo – al término: comprensión de problemas aritméticos verbales, se alude a la “(...) actividad dirigida a revelar las relaciones matemáticas que permiten satisfacer la exigencia del problema y aquellas otras que permiten hacer una valoración integral del enunciado del problema.” (Pérez & Hernández, 2015:21). Al decir de Pérez (2018), el referido proceso posee dos grandes ejes de significación: el lógico-matemático y el socioreferencial, postura que se asume en el presente artículo.

El psicólogo soviético Leontiev (1987) afirmó que: “La actividad humana no existe de otro modo que en forma de acción o cadenas de acciones” (p. 21). De allí que la comprensión de problemas aritméticos verbales se realice gracias a determinadas acciones, las que al decir de Pérez y Hernández (2015), una vez sistematizadas, dan lugar al surgimiento de la habilidad: comprender problemas aritméticos, la cual es de carácter específico e implica las siguientes acciones:

- Identificar información: va dirigida al reconocimiento de los datos y exigencia del problema, así como a la captación de cualquier otra información que constituya un referente del texto.
- Inferir información: permite el establecimiento de relaciones de parcialidad, causalidad, contraste y analogía para deducir los significados prácticos que se ponen de manifiesto de las operaciones de cálculo y elaborar significados, a partir de los referentes textuales.
- Valorar: posibilita la elaboración de juicios valorativos sobre la estructura o contenido del problema matemático.
- Contextualizar: favorece recontextualizar los significados elaborados a nuevas situaciones dentro o fuera de la Matemática (Pérez & Hernández, 2015).

La búsqueda de relaciones y el proceso de avance y retroceso que caracterizan a la comprensión de problemas aritméticos verbales, hacen de ella un proceso dialéctico, en el cual se presenta como contradicción fundamental la distancia entre el texto y el lector; es decir, el proceso de superación de distancias. La superación de esas distancias se manifiesta a través del tránsito gradual de los escolares por los diferentes niveles de desempeño cognitivo.

La categoría niveles de desempeño cognitivo ha sido definida por varios especialistas (Valdés, 2004; Proenza & Leyva, 2006; Rojas & Camejo, 2009). No obstante, no siempre ellos logran establecer las diferencias entre su contenido y el de la categoría niveles de asimilación; siendo incluso empleadas – en ocasiones – indistintamente. En el artículo, se entiende por nivel de desempeño cognitivo a: “[...] aquellas funciones categorizadoras que expresan los grados de desarrollo cognoscitivo alcanzados por los estudiantes en el proceso de aprendizaje (Rubio, Hernández, Loret de Mola & Roca, 2006, p. 3).

En esa definición se revela que la anterior categoría constituye una expresión de las cualidades esenciales del proceso de cognición en el aprendizaje escolar, reconociéndose como elemento dinamizador de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje. De ese modo se destaca que los niveles de desempeño tienen un carácter sistémico que rebasa los marcos de un solo componente, pues desde lo evaluativo alcanzan un análisis valorativo de la calidad del proceso en su integridad.

Todos los autores referidos con anterioridad reconocen que al aludirse a los niveles de desempeño cognitivo, se hace referencia al cumplimiento de lo que debe hacer un estudiante en un área del saber, de acuerdo con las exigencias establecidas para ello, en correspondencia con: la edad y el grado escolar alcanzado. De modo que los niveles de desempeño cognitivo incluyen dos aspectos íntimamente relacionados que son:

- El grado de complejidad con que se quiere medir ese desempeño cognitivo.
- La magnitud de los logros del aprendizaje alcanzados en una asignatura determinada (Valdés, 2004).

Según estas consideraciones, se reconoce entonces que la función categorizadora de los niveles de desempeño, permiten delimitar diferentes jerarquías y más que etiquetar, posibilitan correlacionar los diferentes niveles para activar un proceso cognoscitivo diferenciador, flexible y diverso.

Se asumen los niveles de desempeño propuestos por Pérez (2018), por basarse en la caracterización del desarrollo psíquico de los escolares primarios cubanos, las características de la textualidad de los problemas aritméticos y las particularidades de los niveles de desempeño cognitivo en la comprensión de textos. Ello les otorga un mayor grado de precisión y objetividad que los establecidos para la comprensión textual, en general (cualquier tipo de texto); además de singularidad a la educación primaria.

A criterio de Pérez (2018), el primer nivel (reproductivo) consiste en la capacidad del escolar para captar la información local y algunos elementos implícitos en el problema; mientras que el segundo nivel (aplicativo) reside en la posibilidad de comprender a un nivel más global el contenido textual del problema. Por su parte, el tercer nivel (creativo) expresa el máximo grado de desarrollo alcanzado por un escolar, el cual se caracteriza por su capacidad para extrapolar mensajes a distintos contextos. A tono con lo expuesto, el propio autor, precisa las operaciones cognitivas, pertenecientes a cada uno de los niveles de desempeño cognitivo concebidos, en correspondencia con los momentos del desarrollo ontogenético del escolar primario.

Primer momento del desarrollo: de 6 a 7 años de edad (1ro. y 2do. grados)

Primer nivel (reproductivo): reconocer lugares, personajes, acciones u otras informaciones de carácter local; sustituir una palabra por un sinónimo; identificar palabras claves; buscar los datos de un problema, dados explícitamente; seleccionar los datos de un problema sin datos innecesarios; captar lo dado y la(s) exigencia(s) en problemas dados.

Segundo nivel (aplicativo): reformular expresiones; relacionar un problema con ilustraciones a partir de elementos específicos; parafrasear la situación descrita en el problema; seleccionar los datos necesarios en problemas simples; establecer relaciones temporales; resumir información mediante el uso de hiperónimos; inferir el objetivo y las consecuencias de las acciones; deducir características; valorar actitudes.

Tercer nivel (creativo): generalizar las relaciones entre un problema y su ilustración; modelar gráficamente problemas dados; elaborar significados a partir de inferencias de parte-todo; coordinar igualdades a problemas dados; solucionar problemas simples mediante representaciones gráficas o conteo; relacionar problemas por la temática que abordan y/o significados prácticos de las operaciones de cálculo aritmético que se ponen de manifiesto; formular problemas simples a partir de igualdades, ilustraciones y esquemas gráficos.

Segundo momento del desarrollo: de 8 a 10 años (3ro. y 4to. grados)

Primer nivel (reproductivo): ordenar cronológicamente; reformular expresiones; traducir expresiones sencillas de un código a otro; identificar el contenido aritmético con que se relaciona directamente el problema y otras informaciones de carácter global; buscar los datos de un problema, dados implícitamente.

Segundo nivel (aplicativo): seleccionar datos necesarios en problemas compuestos; establecer relaciones complejas (parcialidad, causalidad, analogía y oposición); elaborar preguntas para problemas simples; sustituir información, por otra lógicamente derivada del texto.

Tercer nivel (creativo): elaborar significados a partir de cadenas de inferencias sencillas por relaciones de parcialidad, causalidad y/o analogía; reformular problemas simples; formular

problemas compuestos; solucionar el problema por diferentes vías; contextualizar los significados del texto al marco experiencial del escolar.

Tercer momento del desarrollo: de 11 a 12 años (5to. y 6to. grados)

Primer nivel (reproductivo): parafrasear el problema, omitir información innecesaria; traducir expresiones de un código a otro; identificar el contexto matemático y situacional con que se relaciona la situación descrita en un problema.

Segundo nivel (aplicativo): inferir significados a partir de relaciones complejas; identificar subproblemas; representar gráficamente la situación descrita; elaborar esquemas gráficos que representen las relaciones que se dan en el texto; valorar las actitudes de los personajes que intervienen en una situación descrita.

Tercer nivel (creativo): elaborar significados a partir de cadenas complejas de inferencias por relaciones de parcialidad, causalidad y/o analogía; formular problemas compuestos; transformar las condiciones del problema para hallar otras vías de solución y/o comprobar la vía empleada; transferir un significado extraído del problema a la solución de un nuevo problema, ejercicio matemático o tarea de otra asignatura, a un suceso de su vida personal y/o a algún fenómeno de la vida cotidiana.

Los ejercicios en el tratamiento de la comprensión de problemas aritméticos verbales

El concepto de ejercicio y la utilidad de ellos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática han sido aspectos abordados por diversos especialistas, entre los que sobresalen: Jungk (1981); Müller, (1987), Ballester, Santana, Hernández, Cruz, Arango, García, et al. (1992); Ballester & Jon, 2011. Dado el valor teórico-metodológico de esta categoría, en la investigación, se abordarán algunos elementos, en las líneas siguientes.

Al decir de Ballester et al. (1992), el concepto de ejercicio en la enseñanza de la Matemática ha sido definido por varios especialistas, cuya mayoría, coincide en definirlos como: “[...] una exigencia para la realización de acciones, solución de situaciones, deducción de relaciones, cálculo, etcétera.” (p. 406). Este autor plantea que el doctor Horst Müller define los ejercicios en la enseñanza de la Matemática como una exigencia para actuar, que se caracteriza por poseer tres elementos:

- El objetivo de las acciones: reside en transformar una situación inicial (lo dado o conocido) en una situación final (lo buscado o desconocido).
- El contenido de las acciones: puede estar dado por los elementos de la materia matemática con que se relacionan (conceptos, proposiciones, algoritmos) y por el tipo de acción (identificar, comparar, ordenar, clasificar, fundamentar, controlar, etc.).
- Las condiciones de las acciones: residen en las exigencias que el ejercicio plantea, expresada por el grado de dificultad del ejercicio.

- Esta postura ha sido generalizada en Cuba y se ha venido utilizando hasta la actualidad; por lo que el autor del artículo se afilia a ella. No obstante, considera pertinente contextualizar los elementos estructurales de un ejercicio a las características de los ejercicios que propone. A continuación se ilustra:
- El objetivo de las acciones está dirigido a la comprensión de problemas aritméticos.
- El contenido de las acciones reside en las acciones intelectuales que devienen en invariantes funcionales de la comprensión de problemas aritméticos: identificar, inferir, valorar y contextualizar información.
- Las condiciones para las acciones residen en las operaciones cognitivas, pertenecientes a los niveles de desempeño cognitivo que de la comprensión de problemas aritméticos se asumen en la investigación.

La literatura científica (Zillmer, 1981; Ballester et al., 1992; Ballester & Jon, 2011) registra diversas clasificaciones de ejercicios en la enseñanza de la Matemática. Ellas difieren en el criterio que se tiene para realizar la taxonomía. Atendiendo al contenido matemático se clasifican en ejercicios matemáticos y ejercicios no matemáticos o de aplicación. Tomando en consideración el código de la formulación se subdividen en: ejercicios con textos y ejercicios formales. Por su parte, basados en la intención didáctica se tienen: ejercicios para la introducción (propedéuticos), ejercicios para la fijación y ejercicios para la consolidación.

Atendiendo a las clasificaciones anteriores, la taxonomía que se propone posee ejercicios matemáticos con textos, a los que el autor prefiere denominarlos ejercicios de enunciado verbal, ya que desde una concepción amplia el texto es todo lo que puede ser comprendido, sin distinción del(los) código(s) empleados (Roméu, 2013). Además, responden a las distintas intenciones didácticas que se explicitan en la clasificación anterior. Consecuentemente, en el artículo se asumen todas las clasificaciones referidas, por complementarse y ser coherentes con la nueva tipología propuesta; además de su utilidad para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Ballester & Jon (2011) reconocen como funciones inherentes a los ejercicios en la enseñanza de la Matemática a la: instructiva, educativa, desarrolladora y de control. La nueva tipología de ejercicios que se propone posee potencialidades para el cumplimiento de todas esas funciones. A saber:

- Instructiva: posibilita la obtención y consolidación de los conocimientos aritméticos, así como las técnicas de resolución de problemas y las dimensiones
- Educativa: la información, de las distintas esferas sociales, que aparece en los textos favorece la formación de valores y la comprensión de la significación de los conocimientos aritméticos para la vida cotidiana; todo ello a partir de una integración más coherente entre lo lógico-matemático y lo sociorreferencial.

- Desarrolladora: tiene en cuenta el carácter sistémico de los conocimientos aritméticos y de las operaciones cognitivas que intervienen en el proceso de comprensión de problemas aritméticos verbales.
- De control: la determinación de las operaciones cognitivas por niveles de desempeño y momentos del desarrollo del escolar primario, permite una medición más exacta del desempeño de los escolares en la comprensión de problemas aritméticos verbales.

La instrumentación de estas funciones estará condicionada por la planificación que realice el maestro del proceso de enseñanza-aprendizaje. No obstante, debe tener en cuenta los siguientes criterios: a) identificación de la que tendrá un carácter rector en la actividad docente, b) el modo de hacerlo de forma integrada, debido a su carácter sistémico.

La tipología de ejercicios que se propone para la comprensión de problemas aritméticos contiene los siguientes tipos de ejercicios:

a) Sistema de ejercicios y problemas propedéuticos.

Tiene como propósito fundamental consolidar los conocimientos matemáticos que constituyen la base para comprender problemas aritméticos verbales. En este subtipo se destacan los ejercicios y problemas rutinarios, relacionados con los contenidos conceptuales y procedimentales que intervienen de forma directa en el referido proceso. A saber: a) las leyes, principios, definiciones propiedades matemáticas que intervienen en la comprensión de un problema aritmético; b) los significados prácticos de las operaciones de cálculo; c) las habilidades para el cálculo oral y escrito; d) la identificación y formulación de problemas aritméticos verbales y e) las técnicas de resolución de problemas aritméticos verbales.

b) Sistema de ejercicios para la comprensión de problemas aritméticos verbales.

Tienen como propósito fundamental la formación y desarrollo – en los escolares – de las acciones intelectuales de la comprensión de problemas aritméticos verbales. De allí que deben ajustarse a los niveles de desempeño cognitivo propuestos y emplear diversos formatos de preguntas.

c) Sistema de problemas.

Tiene el propósito de desarrollar, al máximo, la comprensión de problemas aritméticos verbales. Por ello, se conforma de problemas no rutinarios, en los que el escolar desplegará una intensa actividad sin ayuda del maestro.

Para una adecuada concreción, en la nueva tipología de ejercicios, de los elementos que conforman a cada ejercicio se deben tener en cuenta la tipología de preguntas, propuestas por Pérez & Hernández (2017) para la comprensión de problemas aritméticos verbales. Como sigue:

1. Selección de respuestas: también son conocidas como preguntas objetivas porque exigen respuestas previsibles. El objetivo esencial radica en que el tiempo de escribir se consuma en pensar. Existen diferentes tipos:

1.1 Selección múltiple simple: ofrece una respuesta correcta y las tres restantes son distractores.

1.2 Selección múltiple compleja: una de las respuestas es correcta y las tres restantes son distractores. En su encabezado o base se mezclan varios contenidos en una misma destreza, se emplean números romanos y la respuesta correcta implica más de un número. Resulta muy útil cuando se precisa captar varias alternativas y no una sola en el objeto de estudio, por ejemplo: cuando la solución del problema requiere de la ejecución de varias operaciones cognitivas y/o aritméticas y cuando es necesario discriminar las propiedades sustanciales y no sustanciales de un término empleado en su redacción.

1.3 Apareamiento: se relacionan elementos y no deben coincidir la cantidad de ellos en cada grupo para evitar que algunos se adivinen, al cubrir los últimos espacios. Puede ser muy útil para establecer conexiones entre: los datos numéricos y su significado, las inferencias y sus premisas en el texto, las conclusiones y sus argumentos, entre otras.

1.4 Verdadero o falso: son de mucha utilidad, ya que pueden ser empleadas con diversos fines.

1.5 Ordenamiento: resulta muy importante para captar las formas de organización en un texto, donde pueden sistematizarse diferentes modos, según las propias estructuras del texto. Posibilitan la captación de las formas en que se organiza el significado del texto, y de esas relaciones pueden elaborarse preguntas para promover inferencias: a) temporal: cronológico, b) espacial: (izquierda-derecha, todo-partes, lejano-cercano), c) causal: establecimiento de relaciones causales entre los elementos, d) funcional: la secuencia lógica de la funcionalidad de los elementos, e) paralelismo por semejanzas, f) paralelismo por oposición.

Estos ejercicios pueden concretarse con diferentes medios, entre ellos gráficos, esquemas, cuadros sinópticos, etc.

En general hay que distinguir que las preguntas cerradas son muy útiles para realizar operaciones cognitivas como: a) identificar ideas, componentes estructurales del problema, conceptos, procesos, situaciones, hechos, significados prácticos de las operaciones de cálculo, entre otras, b) ejemplificar juicios, mensajes, conceptos, c) relacionar personajes y mensajes del problema; así como el contenido del problema con el contexto de actuación del escolar y d) verificar juicios, soluciones y/o vías de solución.

2. Producción de respuestas: También denominadas preguntas abiertas, pues exigen respuestas más o menos desplegadas y no previsibles totalmente, donde el escolar pueda seleccionar, integrar, añadir, crear. Se involucran con mayor énfasis la subjetividad del escolar y del calificador. Estas

pueden ser de: a) completamiento, b) ensayo corto, c) ensayo largo, d) ensayo oral y e) producto no escrito.

La pregunta abierta de respuesta breve puede medir habilidades como identificar, abstraer, inferir juicios, aplicar, sintetizar. Esta pregunta tiene como característica que limita la extensión de las respuestas de los escolares. Una forma de elaboración de este tipo se encuentra en la pregunta de completado.

La pregunta abierta de respuesta desplegada puede medir operaciones como valorar, argumentar, crear, transformar y modificar problemas. El escolar tiene más posibilidades de expresarse libremente, el dominio de habilidades ortográficas y de redacción pueden ser medidas con mayor profundidad.

Es importante tener en cuenta que la construcción del ítem conlleva pensar/ escribir / re-escribir, ordenar, clasificar y balancear las preguntas. En este proceso es importante estimular la realización de ejercicios evaluativos individuales, por pares y grupales y contrastar sus resultados. La interacción puede también ser usada como contexto de la comprensión, teniendo en cuenta su naturaleza esencialmente social.

Ejemplificación de la nueva tipología de ejercicios

A continuación se ilustra el empleo de la tipología de ejercicios en cuarto grado, por terminarse en este grado el segundo momento del desarrollo del escolar primario, es decir, la etapa intermedia en la evolución de su desarrollo psíquico. Además, en ese grado concluye la enseñanza del modelo guía de aprendizaje para la resolución de problemas, propuesto por Campistrous & Rizo (1996).

Ejercicios propedéuticos

1. Haz corresponder los elementos del grupo A con los del B.

A	B
1. División	<input type="checkbox"/> Conozco las partes y debo hallar el todo. <input type="checkbox"/> Dado el todo y el número de partes iguales, hallar el contenido de las partes. <input type="checkbox"/> Hallar múltiplos.
2. Adición	<input type="checkbox"/> Dado el todo y la fracción, hallar la parte. <input type="checkbox"/> Dada una parte y el exceso de ella sobre otra, hallar la otra parte.
3. Multiplicación	<input type="checkbox"/> Dado el todo y una parte, hallar la otra parte.
4. Sustracción	<input type="checkbox"/> Hallar la fracción, conocidos el todo y la parte. <input type="checkbox"/> Dada la cantidad de partes iguales y el contenido de cada una, hallar el todo.

2. Lee detenidamente el siguiente problema.

Una empresa pecuaria se dedica solamente a la cría de vacas, toros, terneros y cerdos. Si conocemos la cantidad de vacas, toros, cerdos y de animales que hay en total, ¿cómo podemos hallar la cantidad de terneros existentes en esa empresa pecuaria?

2.1 Marca con una equis (X) los datos del siguiente problema.

___ Cantidad de animales que hay en la empresa pecuaria.

___ Cantidad de terneros que hay en la empresa pecuaria.

___ Cantidad de vacas, toros y cerdos que hay en la empresa pecuaria.

___ Cantidad de vacas y cerdos que hay en la empresa pecuaria.

3. Lee nuevamente el problema del ejercicio anterior y completa.

- Se conoce: _____.
- Debo averiguar: _____.
- ¿Puede hallarse la solución? _____ Argumenta _____.
- ¿Qué debo hacer? _____.

Ejercicios para la comprensión de problemas aritméticos verbales

Lee cuidadosamente el texto que se presenta y realiza las actividades que aparecen a continuación.

En un concurso de Matemática participaron 118 escolares de una escuela primaria. Ellos representan 13 niños menos que la mitad de todos los escolares de esa escuela.

1. Marca con una cruz (X) la respuesta correcta. *Pregunta cerrada de selección múltiple simple.*

Operación: identificación de información explícita.

El concurso realizado fue de:

- a) ___ cálculo b) ___ lectura c) ___ Matemática d) ___ Lengua Española

2. Enlaza los elementos de la columna A con los de la B. *Pregunta cerrada de pareado. Operación:*

identificación de información explícita unido a reformulación sencilla.

A

B

a) Cantidad de escolares en que supera la mitad de la matrícula de la escuela al número de participantes en el concurso de Matemática.

___ 118

b) Cantidad de escolares que participaron en el concurso

___ 13

c) La mitad de la matrícula de la escuela.

3. Representa: *Pregunta abierta. Operación: traducción de códigos.*

a) Gráficamente la expresión: “menos que la mitad”.

b) Matemáticamente el término “mitad”.

4. Marca con una cruz (X) la respuesta correcta. *Pregunta cerrada de selección múltiple simple.*

Operación: identificación de información global.

La palabra que caracteriza mejor a los 118 escolares que menciona el texto es:

- a) __ estudiosos b) __ disciplinados c) __ laboriosos d) __ honestos

5. Escribe verdadero (V) o falso (F), según corresponda. *Pregunta cerrada de verdadero o falso.*

Operación: elaboración de inferencias.

- a) __ La mitad de la matrícula de la escuela supera los 150 escolares.
b) __ Más de la mitad de la matrícula de la escuela participó en el concurso de Matemática.
c) __ La mitad de la matrícula de la escuela supera la cantidad de escolares participantes en el concurso.
d) __ La cantidad de escolares participantes en el concurso representa menos de la mitad de la matrícula de la escuela.

6. ¿Cuál es la mitad de la matrícula de la escuela? *Pregunta abierta. Operación: elaboración de inferencias.*

7. Si la mitad de la matrícula de la escuela excede en 48 a la cantidad de escolares que participaron en una competencia de ajedrez, ¿cuántos escolares participaron en la competencia de ajedrez? *Pregunta abierta. Operación: elaboración de inferencias.*

8. Representa gráficamente las relaciones matemáticas descritas en el texto. *Pregunta abierta. Operación: elaboración de gráficos.*

9. Halla cuántos escolares tiene la escuela. *Pregunta abierta. Operación: elaboración de inferencias.*

10. Elabora una pregunta para el texto, la cual requiera del empleo – al menos – de una operación de cálculo para responderla. *Pregunta abierta. Operación: transformación del problema.*

Problemas (no rutinarios) aritméticos verbales

1. En una casa viven cuatro personas. Cada una toma diariamente la misma cantidad de agua. Si una vasija contiene 192 litros y alcanza para 6 días, ¿cuántos litros de agua bebe diariamente cada una de esas personas?

2. Una cocinera posee seis tipos de vegetales. Ella desea preparar ensaladas mixtas con dos tipos de vegetales. ¿Cuántas ensaladas mixtas diferentes puede hacer?

3. Una obra literaria consta de 5 tomos. Los dos primeros tienen 216 páginas cada uno. Los otros tomos poseen cada uno 285 páginas. ¿Cuántas páginas posee la obra literaria?

4. Se desea cercar un organopónico de forma rectangular. El lado mayor mide 36 metros de longitud y el menor lado, la mitad del lado mayor. ¿Cuántos metros de malla se necesitan para cercar el organopónico?

5. Para pesar 9000 gramos de azúcar se tienen: 5 discos de 1 kilogramo, 3 discos de 4 kilogramos y dos discos de 7 kilogramos. Busca las formas posibles de pesar el azúcar.

Conclusiones

Los ejercicios constituyen medios esenciales para el tratamiento de la comprensión de problemas aritméticos verbales porque posibilitan la instrumentación de su multifuncionalidad, así como la ejercitación y la diferenciación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de ese contenido.

El tratamiento de la comprensión de problemas aritméticos verbales requiere de un sistema de ejercicios dirigidos a garantizar la base de conocimientos necesarios, la formación y el desarrollo de las acciones intelectuales que intervienen en ese proceso. Ello condiciona que la tipología que se propone incluya ejercicios y problemas (rutinarios) propedéuticos, ejercicios para la comprensión de problemas aritméticos verbales y problemas (no rutinarios) Los tipología de ejercicios que se propone para el tratamiento de la comprensión de problemas aritméticos verbales constituye una herramienta eficaz ya que tienen en cuenta diversas intenciones didácticas que se persiguen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y los niveles de desempeño cognitivo, relativos a este contenido; los que a su vez se basan en la caracterización del desarrollo psíquico del escolar primario y las características de la textualidad de los problemas aritméticos verbales.

La instrumentación de la tipología de ejercicios que se propone debe basarse en el profundo dominio, por el maestro, de los objetivos y contenidos de la asignatura; así como de las características psicopedagógicas de los escolares.

Referencias bibliográficas

- Almeida, B.A. & Almeida, J.N. (2017). Comprender antes de resolver. *Atenas* 3(39): 48-63.
Recuperado de: <https://atenas.reduniv.edu.cu/index.php/atenas/article/view/310>.
- Ayllón, M. F. (2012). *Invencción-resolución de problemas por alumnos de Educación Primaria*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada. España.
- Ballester, S., Santana, H., Hernández, S., Cruz, I., Arango, C., García, M et al. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática*. Tomo I. La Habana: Pueblo y Educación.
- Ballester, S. & Jon, M. (2011). Consolidación en la enseñanza de la Matemática. En *Maestría en Ciencias de la Educación. Educación Secundaria Básica. Módulo III. Segunda Parte* (pp. 44-56). La Habana: Pueblo y Educación.
- Blanco, L.J. & Caballero, A. (2015). Modelo integrado de resolución de problemas de matemáticas. En L.J. Blanco, J. Cárdenas & A. Caballero (Eds.), *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria* (pp. 109-122). España: Universidad de Extremadura.

- Campistrous, L. & Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Capote, M. (2010). Clasificación de los problemas en la enseñanza de la Matemática. *Mendive* 8(3): 1-6. Recuperado de: <https://www.mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/460>
- Carmen, I. (2019). *Desarrollando la comprensión lectora en estudiantes de nivel básico para la resolución de problemas matemáticos*. (Tesis de Maestría). Universidad de Guerrero, Guerrero. México.
- Cummis, D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, (20): 405-438.
- Falcón, S., Medina, P. & Plaza A. (2018). Facilitando a los alumnos la comprensión de los problemas matemáticos. *Números*, (97): 21-28. Recuperado de: <http://www.sinewton.org/numeros>
- Flotts, P., Manzi, J., Jiménez, D., Abarzúa, A., Cayuman, C. & García, M.J. (2016). Informe de resultados del TERCE. Logros de Aprendizaje. Santiago de Chile: UNESCO.
- Hernández, J. & Socas, M. (1994). Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en Matemáticas. En *I Seminario Nacional sobre Lenguaje y Matemáticas*, España.
- Jungk, W. (1981). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2. Segunda Parte*. La Habana: Libros para la Educación.
- Leontiev, A.N. (1981). *Actividad, conciencia y personalidad*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Müller, H. (1987). *El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática en la Educación General Politécnica y Laboral*. Santiago de Cuba: Instituto Superior Pedagógico Frank País. Cuba.
- Pérez, K. (2018). *La comprensión en la solución de problemas aritméticos verbales en la educación primaria*. (Tesis doctoral). Universidad de Camagüey, Camagüey. Cuba.
- Pérez, K. (2017). Problema matemático, texto, solución de problemas y comprensión textual. Reflexiones. *Varona*, (66): 1-9.
- Pérez, K. & Hernández, J.E. (2015). La comprensión en la solución de problemas matemáticos: una mirada actual. *Luz*, 62(4): 43-55. Recuperado de: <https://luz.uho.edu.cu/index.php/luz/article/view/714>
- Pérez, K. & Hernández, J.E. (2017). La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(2): 223-248.

Recuperado de: <https://opuntiabrava.ult.edu.cu/index.php/opuntiabrava/issue/view/50>

PISA (2009). *Informe PISA 2009. Resumen ejecutivo*. Recuperado de: <http://www.eduteka.org/Pisa2009.php>

Polya, G. (1976). *¿Cómo plantear y resolver problemas?* México: Trillas.

Proenza, Y. & Leyva, L.M. (2006). Reflexiones sobre calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 40(6): 1-15.

Puig, L. & Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

Roméu, A. (2013). El texto como unidad básica de la comunicación. La textualidad. En I. Domínguez, A. Roméu, A.M. Abello, T. Sevillano, J.R. Montesino & B.O. León (Eds.), *Lenguaje y comunicación* (pp. 54-76). La Habana: Pueblo y Educación.

Rojas, D.A. & Camejo, M. (2009). Niveles de asimilación y niveles de desempeño cognitivo: reflexionemos. *Mendive*, 8(1): 65-71. Recuperado de: <http://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/420>

Rubio, R., Hernández, J.E., Loret de Mola, E; & Roca, F. (2006). Los niveles de asimilación y niveles de desempeño cognitivo. Reflexiones. *Humanidades Médicas*, 6(1): 26-35. Recuperado de: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1727-81202006000100005&lng=es&nrm=iso

Silva, M.B. (2016). *Relación entre el nivel de comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de primer ciclo*. (Tesis doctoral). Universidad San Martín de Pobres, Lima. Perú.

Tomás, M. (1990). Los problemas aritméticos de la enseñanza primaria. Estudio de dificultades y propuesta didáctica. *Educación*, (17): 119-140.

Torres, P. (2010). Aportes de los resultados del SERCE a la enseñanza de Matemática, Español y Ciencias Naturales. En E. Escalona, M.J. Moreno, M.Á. Ferrer & J.L. Leyva (Eds.), *IX Seminario Nacional para Educadores* (pp. 2-6). La Habana: Pueblo y Educación.

Valdés, H. (2004). Evaluación de la calidad de la educación. En V. Arencibia, M. McPherson, P.A. Hernández & E. Caballero (Eds.), *V Seminario Nacional para Educadores* (pp. 3-4). La Habana: Pueblo y Educación.

Zillmer, W. (1981). *Complementos de Metodología de la enseñanza de la Matemática*. La Habana: Libros para la Educación.