

LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ASISTIDA POR COMPUTADORAS EN LA SECUNDARIA BÁSICA CUBANA

Mario Estrada Doallo, Carlos Negrón Segura, José A. Hernández Benítez, Antonio Campano Peña.

ISP "José de la Luz y Caballero", Holguín

Cuba

E-mail cnegron@isp.holguin.inf.cu

RESUMEN

Históricamente los sistemas de representación de la Matemática tienen carácter estático, los mismos muchas veces dificultan la construcción del significado y del conocimiento. Las nuevas tecnologías ofrecen la posibilidad de que los aspectos estáticos puedan pasar a tener un carácter dinámico, lo que tiene su influencia positiva en los procesos cognitivos de los alumnos.

En el aprendizaje de la Matemática la computadora da la posibilidad de "hacer matemática", experimentar, visualizar, generalizar y plantear conjeturas, entre otros aspectos de interés. En el trabajo se aborda el posible uso del ordenador en la enseñanza de la Geometría en la Secundaria Básica de la escuela cubana. El mismo es el resultado de un Proyecto de Investigación dirigido a la enseñanza de la Matemática a través de los medios de computo, con el uso de diferentes paquetes de programas, a desarrollar en los próximos años.

En este caso se trabaja con el programa de Geometría Dinámica ***Geometer's Sketchpad***, el cual brinda *movilidad, construcción de lugares geométricos, determinación de imágenes por diferentes transformaciones geométricas, variedad de colores, diferentes tamaños y formas de letras, posibilidad de incluir textos, inclusión de sistemas de coordenadas, calculadora, etc.*, y cuya manipulación resulta muy fácil para el alumno.

INTRODUCCIÓN

La aparición de herramientas tan poderosas como la calculadora gráfica y la computadora, están comenzando a influir fuertemente en los intentos por orientar la educación matemática primaria y secundaria adecuadamente, de forma que se aprovechen al máximo tales instrumentos de trabajo. Es claro que, por diversas circunstancias tales como costo, novedad, falta de preparación de los profesores, hostilidad de algunos, etc., no se han logrado encontrar modelos plenamente satisfactorios. Este es uno de los retos importantes del momento presente, es por ello que desde ahora se puede sentir que la forma de enseñar y los contenidos a impartir tienen que experimentar drásticas reformas.

La enseñanza de la Geometría se ha visto enriquecida por el desarrollo de una gran cantidad de softwares para computadoras y la utilización de las mismas es altamente deseable en la enseñanza y el aprendizaje, pues con su uso es posible lograr (Negrón y Estrada, 2 000):

La estimulación de la creatividad, el interés por el aprendizaje, la apropiación de los conocimientos, y fomentar el desarrollo intelectual.

Un ambiente que estimula al alumno hacia el descubrimiento y que facilita la construcción de conceptos.

La construcción de gráficos de manera fácil y rápida, lo que permite economizar tiempo para enfatizar sobre aspectos conceptuales de la Geometría.

Modificar las relaciones sociales en el aula, pues promueve la discusión y el trabajo en grupo.

Que el profesor se convierta en un facilitador y guía del aprendizaje.

DESARROLLO

En la actualidad, tienen lugar nuevos cambios en la enseñanza de la Matemática en la Secundaria Básica cubana. Con los nuevos programas, los contenidos geométricos ocupan el 40 % de todos los contenidos matemáticos que deben recibir los estudiantes en este nivel, de aquí la importancia que merecen.

Se han determinado tres habilidades fundamentales que deben lograr los alumnos al culminar la Secundaria Básica: *procesar datos, estimar y esbozar geoméricamente.*

Otro hecho que demuestra la importancia de la Geometría en este nivel es que uno de los cuatro objetivos generales de la Matemática en la Secundaria Básica cubana es: *orientarse adecuadamente en el entorno espacial, sus proporciones y magnitudes con el empleo de la Geometría Plana y el cálculo de cuerpos como recursos para confeccionar esbozos e interpretar el medio natural y productivo en que se desenvuelven, y como soportes para su apreciación estética.*

Como se puede observar la Geometría debe incidir de manera directa en la formación matemática del estudiante y se pretende que los estudiantes sean capaces de: *identificar figuras geométricas elementales, mantener proporciones en el dibujo, conservar las propiedades esenciales en el trazado de figuras, realizar construcciones básicas necesarias y situar puntos de referencia.*

Por otro lado al hacer un análisis de los nuevos programas para la enseñanza de la Matemática en la Secundaria Básica se hace necesario variar el estilo de aprendizaje de los estudiantes, por lo que se aboga por un aprendizaje significativo y por descubrimiento, los cuales tienen puntos de contacto, es decir, los mismos tienen como rasgos fundamentales el papel de las situaciones y vivencias, tomar la vida cotidiana y las experiencias previas como punto de partida para el aprendizaje y la necesidad de desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje a partir de la investigación, el experimento y la exploración. Es por ello que, en un futuro, el uso de la computación puede contribuir en gran medida a lograr estos propósitos, sobre todo en la exploración y elaboración de hipótesis.

En la investigación realizada por Navarro y Cruz (2 000) en las 18 Secundarias Básicas de la ciudad de Holguín se detectaron, entre otros, problemas en el proceso de dirección en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, de aquí que se le deba dedicar tiempo para tratar de resolverlo y el uso adecuado de sistemas de aplicación en el aula de Matemática debe

contribuir a ello. Además, no hay dudas que con el empleo de la computadora se pudiera lograr un aprendizaje significativo para el alumno.

Para este trabajo se aplicó una entrevista a profesores de experiencia en la impartición de la Matemática en la Secundaria Básica, dirigida a la Unidad 3: *El Mundo de las Figuras Planas*, que se imparte en el séptimo grado y se pudo obtener que con el uso de la computadora es posible:

Lograr mejores resultados en el aprendizaje de los contenidos que se desarrollan en la Unidad.

Contribuir a desarrollar el pensamiento lógico de los estudiantes.

Se logra una mejor motivación por el estudio de la asignatura.

Es por ello que en esta investigación se asume una estrategia de **aprendizaje significativo por descubrimiento guiado**, con las siguientes características:

La metodología subyacente es activa y propiciadora de la investigación.

El estudiante trata de construir su propio aprendizaje a partir de la experiencia.

Esta actividad la guía y orienta el profesor, tanto desde la perspectiva de los conocimientos como desde el punto de vista conceptual.

El profesor facilita la labor del estudiante y lo guía en su proceso de aprendizaje.

Necesita de un modelo de enseñanza individualizada y tutorial bien diseñado.

Se proponen como pasos necesarios, para desarrollar los contenidos de Geometría de la Secundaria Básica, con el uso de la computadora, los siguientes:

Estudio y selección de los contenidos que se van a tratar con el uso de la computadora.

Lo primero es hacer un estudio minucioso del programa, donde se analicen los objetivos que se proponen para el grado, la unidad y las actividades docentes,

pues se debe tener bien claro qué habilidades matemáticas se deben desarrollar con el programa; luego se debe hacer un análisis minucioso de los contenidos de Geometría que se proponen impartir, pues se hace necesario la selección de los que se tratarán con el programa de Geometría Dinámica, ya que de los contenidos que se imparten en la Secundaria Básica hay que escoger los que sean más eficientes en el aprendizaje de la Geometría con la computadora, es decir, no todos los contenidos objeto de estudio se deben tratar por esta vía.

Tener en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes.

Es importante conocer las diferencias individuales de cada alumno, pues en función de esto se planificarán las actividades, es decir, se pretende lograr una enseñanza diferenciada, de modo que se actúe no solo sobre los aspectos que no domina el estudiante, sino también sobre los aspectos que domina y sobre el potencial de cada alumno, es decir, es necesario trabajar en la zona de desarrollo próximo.

Tener presente las condiciones del laboratorio de computación.

Aquí se debe tener en cuenta la cantidad de máquinas disponibles para el desarrollo de la actividad docente, pues en dependencia de la cantidad de máquinas y la cantidad de alumnos se diseñarán las tareas para desarrollar la clase, aspecto este que tiene relación con lo referido a las diferencias individuales, ya que así serán distribuidos los alumnos por máquinas.

Planificar las diferentes tareas que resolverá el estudiante ante el computador, con el objetivo que estas sean lo más eficientes y efectivas posible.

Luego de la selección de los contenidos a tratar se debe hacer una planificación minuciosa de las tareas a realizar por el estudiante en el computador, es decir, con estas tareas el alumno debe obtener el conocimiento a través de la formulación de conjeturas, que luego se demostrarán matemáticamente con los conocimientos que posee del curso desarrollado. También, es en este momento donde se planificarán las actividades que debe realizar el profesor en el aula con los alumnos, con el objetivo de trabajar sobre el potencial que tiene cada estudiante.

Se propone el siguiente guión para el trabajo en el aula:

ACCIONES	CONCEPTOS UTILIZADOS	SUGERENCIAS Y TAREAS

1. La primera columna contiene la “acción” que hay que efectuar directamente con la barra de botones del sistema de Geometría Dinámica.
2. La segunda columna especifica los conceptos involucrados y las implicaciones de las acciones anteriores. Forman el núcleo de la actividad y se deben presentar y discutirse hasta su completa asimilación. Esto es de gran importancia por cuanto es precisamente esta presentación y discusión la que proporcionará la actividad directa por parte del alumno y que, a su vez, posibilitará la asimilación y comprensión de los conceptos y procedimientos que se enumeran en esta columna.
3. La tercera columna contiene sugerencias didácticas y posibles exploraciones y actividades complementarias que se pueden realizar.

Llevar un registro individual, donde se recojan los avances y dificultades de cada estudiante.

Este punto resulta interesante ya que el registro individual permitirá al profesor tener un control más exacto de cada uno de los alumnos del grupo, lo que propiciará planificar de una manera más eficiente las próximas actividades a desarrollar con el estudiante. Para este aspecto el profesor se puede apoyar en la opción “historia” que tienen los programas de Geometría Dinámica.

Para el desarrollo de las actividades docentes se cuenta con diferentes programas de Geometría Dinámica. Estos programas permiten realizar dos categorías de acciones interdependientes (citado por Azinia, 1998):

- Tratamiento y controles perceptivos fundados en el reconocimiento de formas o de fenómenos como la alineación, la perpendicularidad, el paralelismo.
- Tratamiento y controles por los conocimientos teóricos de geometría, que permiten explicar, predecir, producir.
- La interacción fuerte entre percepción y geometría se da cuando se utilizan las funciones de los programas para verificar las observaciones.

Características importantes de estos programas son:

- *Holística*: poder ver una situación en forma global, visualizando configuraciones con relaciones entre diversos elementos.
- *Dinamismo*: permite animar las configuraciones y observar los cambios.

Los alumnos pueden plantear conjeturas y verificarlas. La prueba, más que por su función tradicional de verificación, es percibida como útil y necesaria por los alumnos como actividad explicativa de la evidencia experimental. La necesidad de la prueba, identificada como el mayor obstáculo para la enseñanza de la Matemática por los docentes, debe ser orientada a su función de descubrimiento y a sus aspectos comunicacionales.

Para este trabajo se escogió el *Geometer's Sketchpad*, pues es una herramienta que sirve para construcciones en Geometría. Dispone de una regla y un compás electrónicos, siendo la interfase a través de menús de construcciones en lenguaje clásico de la Geometría. Los diseños de los objetos geométricos son hechos a partir de las propiedades que los definen. Al aplicar las transformaciones a los elementos que componen el diseño, estos se transforman, manteniendo las relaciones geométricas que caracterizan la situación presentada. Se trabaja con Geometría Sintética y algo de Geometría Analítica. También, este programa da la posibilidad de capturar los procedimientos, es decir, son grabados los procedimientos de los alumnos en su trabajo de construcción, y mediante la solicitud del alumno él puede repasar la "historia" del desarrollo de su construcción, esto permite repasar sus acciones e identificar dónde cometió los errores, lo que contribuirá a su desarrollo metacognitivo. Otras de las opciones que tiene es la construcción de macros, de interés en la realización de las tareas, también la posibilidad de visualización de un lugar geométrico, concepto dejado de lado tradicionalmente por la dificultad de visualizar trayectorias recorridas por objetos que cumplen ciertas propiedades.

Se presenta un ejemplo elaborado para aplicar este sistema, relativo a las rectas notables en el triángulo, que se imparte en el séptimo grado.

Ejemplo: Explorando las propiedades de las mediatrices de un triángulo se pide al alumno que construya:

- a) Un triángulo ABC.

- b) Los puntos medios de cada lado: L, M, N.
- c) Dos mediatrices del triángulo. ¿Qué relación existe entre estas dos rectas?

Luego se le pide que conteste:

- ¿La tercera mediatriz pasa siempre por el punto de intersección de las otras dos?
- ¿Este punto de intersección G es siempre interior al triángulo?
- La circunferencia de centro G y radio GA, ¿contiene siempre a los otros vértices?
- ¿Qué se puede decir de las distancias de G a los vértices del triángulo?
- Elabora una conjetura relativa a las mediatrices de un triángulo.
- Describe cómo construir la circunferencia que pasa por los vértices de un triángulo.

Para la solución de este ejercicio el alumno tiene que dominar el concepto de mediatriz de un segmento, en caso de no dominar el concepto se le puede orientar la construcción de la misma paso a paso; otra posibilidad es construir una macro donde se construyan las mediatrices de un triángulo cualquiera y usarla en la solución del mismo.

Con este ejemplo el estudiante obtiene una conjetura que luego demostrará con la utilización de los conocimientos referidos a la igualdad de triángulos, en esta última fase, la de demostración, el computador continúa desempeñando su papel, a través de la posibilidad de descubrir nuevos elementos en la representación, en este caso los segmentos que determinan los triángulos cuyas congruencias son base para la argumentación de la propiedad.

De manera análoga, se puede realizar el mismo trabajo con las alturas, las bisectrices y las medianas, e incluso los alumnos pueden llegar a la recta de Euler en el triángulo, aspecto que le resultará de interés.

Se ha presentado un ejemplo donde se visualiza la potencia de interacción con la herramienta computacional para ayudar al docente a superar sus primeras tentativas de proponer la repetición de situaciones tal como aparecen – estáticas - en los libros de texto.

CONCLUSIONES

El impacto tecnológico en los ámbitos educativos es un hecho irreversible y caracterizará el quehacer pedagógico en un futuro cercano. Él plantea retos a los docentes, a los investigadores en Educación Matemática y a toda la estructura de dirección que toma las decisiones en cuanto a la introducción de equipos y softwares en el proceso de enseñanza - aprendizaje. Los ritmos de desarrollo y la presencia en toda la vida humana de los recursos informáticos obligan a las instituciones a tenerlos en cuenta y tener que transformar la propia concepción educacional, pero este fenómeno tiene bondades y peligros, asociados al uso que sea capaz de hacerse de ellos y la forma en que se administre para que sea patrimonio de todos y no sólo de una parte.

A pesar de estas ventajas, como ya se ha planteado, existen deficiencias y retos que se deben enfrentar y que se pueden resumir en:

Es necesario considerar la necesidad de la actualización permanente de los docentes y los que se forman como profesores en la utilización de los recursos informáticos como irrenunciables auxiliares del proceso de enseñanza – aprendizaje, en la formación y constante actualización en la Matemática como ciencia, en la disciplina particular que imparte y en el aspecto psicopedagógico.

Revisión de los contenidos de enseñanza, no tan sólo de aquellos conocimientos que tienen prioridad para su aprendizaje, sino además de las habilidades que se deberán formar; distinguiendo aquellas, que a pesar del uso de los medios de cómputo, son necesarias en la formación matemática del estudiante. Además, se debe tener en cuenta las limitaciones del tiempo académico, que es uno de los problemas que más aqueja a los docentes de todos los niveles de enseñanza.

BIBLIOGRAFÍA

- ANTUNES, R. (1998): Planificar un aula informatizada. Escola Secundaria Raúl Proença, Caldas da Rainha, Portugal, IV Congreso RIBIE, Brasilia.
- AZINIAN, H. (1998): Capacitación docente para la aplicación de tecnologías de la información en el aula de geometría, Universidad de Buenos Aires, IV Congreso RIBIE, Brasilia.
- COELHO, M. I. (1997): O Cabri- géomètre na resolução de problemas: Processos evidenciados e construção de conhecimentos por alunos do 6º ano de escolaridade. En: Aprendizagens em Matemática. Secção de Educação e Matemática. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Portugal.
- CHEUNG, K. (1998): Una Exploración en la Introducción de Informática en el Aula de Matemática de Escuelas de Macau. Macau. En: Actas del Congreso Internacional de Educación Matemática del Continente Asiático.
- GRAVINA, M.A.; Santarosa, L.M. (1998): A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. IV Congreso RIBIE, Brasilia.
- GRÜNBERG, J.; OLMEDO, A. (1998): Profesores y computadores: Una investigación sobre los factores que afectan el uso de computadores en colegios secundarios, IV Congreso RIBIE, Brasilia.
- IZQUIERDO, N.; FERNÁNDEZ, C. (1998): El uso de computadoras y supercalculadoras en la enseñanza de la matemática. En: Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática. ISP “Enrique José Varona”, Facultad de Ciencias, Dpto. de Matemática-Computación, Ciudad de la Habana.
- NAVARRO, N. CRUZ, Y. (2000): Metodología para el desarrollo del tema de proporcionalidad y semejanza de figuras. Trabajo de Curso. ISP “José de la Luz y Caballero”, Holguín.
- NEGRÓN, C. (1998): Propuesta de integración de los marcos geométrico, numérico y algebraico en relación con las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Tesis presentada en opción al título de Máster en Didáctica de la Matemática. I. S. P. “José de la Luz y Caballero”, Holguín.
- NEGRÓN, C. ; ESTRADA, M. (2 000): Aprendiendo a descubrir con la computadora. Ponencia al evento Pedagogía 2 001, Holguín.

SHANG, R.; CHONG, T. (1998): La Valoración de la computadora Prueba al Nivel Terciario, Singapore. En: Actas del Congreso Internacional de Educación Matemática del Continente Asiático.

SIDERICOUDES, O (1998): A formalização de conceitos da geometria analítica através do micromundo Logo. Núcleo de Informática Aplicada à Educação – NIED, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, São Paulo, IV Congeso RIBIE, Brasil.

THANH, N. (1998): Un Ambiente Interactivo para la Resolución de Problemas de Geometría: la Concepción, Realización y Experimentación, Vietnam. En: Actas del Congreso Internacional de Educación Matemática del Continente Asiático.